

- a) Después de haber leído los tres textos, ¿qué letras suponen que se utilizan más en cada una de estas lenguas? \_\_\_\_\_
- b) De acuerdo al texto que eligieron, en la siguiente tabla, anoten el número de veces que aparece cada letra.

<b>A-a</b>	<b>B-b</b>	<b>C-c</b>	<b>Ch-ch</b>	<b>D-d</b>	<b>E-e</b>	<b>F-f</b>	<b>G-g</b>	<b>H-h</b>	<b>I-i</b>
<b>J-j</b>	<b>K-k</b>	<b>L-l</b>	<b>LI-ll</b>	<b>M-m</b>	<b>N-n</b>	<b>Ñ-ñ</b>	<b>O-o</b>	<b>P-p</b>	<b>Q-q</b>
<b>R-r</b>	<b>Rr-rr</b>	<b>S-s</b>	<b>T-t</b>	<b>U-u</b>	<b>V-v</b>	<b>W-w</b>	<b>X-x</b>	<b>Y-y</b>	<b>Z-z</b>

- c) En el texto que eligieron, ¿cuál es la letra que más veces aparece? \_\_\_\_\_
- d) ¿Esa letra es vocal o consonante? \_\_\_\_\_
- e) ¿Cuáles fueron las 10 letras más utilizadas en el texto que eligieron? \_\_\_\_\_
- f) ¿En qué porcentaje (respecto del total de letras del texto) se utiliza cada una de estas 10 letras? \_\_\_\_\_
- g) En el siguiente espacio, tracen una gráfica en la que se muestren las 10 letras con mayor frecuencia. ¿Qué tipo de gráfica es más apropiada para mostrar estos datos?

\_\_\_\_\_

# SECUENCIA 7



II. Muestren y comparen las gráficas que construyeron en los equipo y contesten las siguientes preguntas:

- Del texto en español, ¿cuál es la letra que más se utiliza y en qué porcentaje?  
\_\_\_\_\_
- Del texto en inglés, ¿cuál es la letra que más se utiliza y en qué porcentaje?  
\_\_\_\_\_
- Del texto en zapoteco, ¿cuál es la letra que más se utiliza y en qué porcentaje?  
\_\_\_\_\_
- Si comparamos los resultados, ¿en qué texto se utilizan más las vocales?  
\_\_\_\_\_ y ¿cuál es la vocal que más se utiliza? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es la consonante que más se utiliza en los tres textos? \_\_\_\_\_
- ¿Se confirmó la suposición que hicieron en cuanto a las letras que se utilizan más en cada lengua? \_\_\_\_\_
- ¿Creen que la información obtenida de los tres textos es suficiente para afirmar que si se toma un fragmento de cualquier otro texto escrito en español, inglés o zapoteco, la letra que más veces aparece es la misma? \_\_\_\_\_ ¿Por qué?  
\_\_\_\_\_



III. Ahora prueben la afirmación que hicieron para el caso de español. Cada equipo deberá seleccionar un fragmento de máximo 10 renglones de alguno de los siguientes textos que se indican.

- Texto científico, por ejemplo, de su libro de **Ciencias**.
  - Novela, por ejemplo, de algún título de la Biblioteca del Aula.
  - Poesía, por ejemplo, de su libro de **Español**.
  - Texto técnico, por ejemplo, de algún manual o instructivo.
- a) En la siguiente tabla, anoten el número de veces que aparece cada letra de acuerdo al texto que eligieron.

A-a	B-b	C-c	Ch-ch	D-d	E-e	F-f	G-g	H-h	I-i
J-j	K-k	L-l	Ll-ll	M-m	N-n	Ñ-ñ	O-o	P-p	Q-q
R-r	Rr-rr	S-s	T-t	U-u	V-v	W-w	X-x	Y-y	Z-z

- b) ¿Las letras más utilizadas en el texto que eligieron son las mismas que las más utilizadas en el primer texto en español (texto I: Cuento del tonto que comió pollo)? \_\_\_\_\_
- c) Si su respuesta es no, anoten las 10 letras que más se utilizan en este último texto.  
\_\_\_\_\_
- d) Tracen una gráfica en la que sea posible comparar las frecuencias de las 5 letras más utilizadas en cada texto.

- e) ¿La letra que tiene la mayor frecuencia en uno y otro texto es la misma?

\_\_\_\_\_



- f) Comparen sus gráficas con las gráficas de los otros equipos y describan qué sucede, si las 5 letras con mayor frecuencia son las mismas o no.
- g) De acuerdo con los resultados obtenidos en todas las gráficas, ¿cuál es la letra que más se utiliza? \_\_\_\_\_
- h) Con base en los resultados que obtuvieron, ¿consideran que podría afirmarse que esa letra es la que más se utiliza en español? ¿Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## ¿QUÉ CANTIDAD DE AGUA CONSUMEN DIARIAMENTE LOS ALUMNOS DE TERCER GRADO?

### >>> Para empezar



El agua que proviene de los alimentos que comemos y de los líquidos que bebemos constituye casi la totalidad del agua diaria que utiliza nuestro organismo. En general, se recomienda consumir 2 ℓ de agua diariamente.

*Internacional Life Sciences Institute (ILSI)* es una organización científica no lucrativa que promueve el entendimiento y solución de problemas de interés común en las áreas de nutrición, toxicología, alimentos y seguridad ambiental. En 2004, el ILSI de México, A.C. publicó el documento titulado "Hidratación: líquidos para la vida", en el que se presentan recomendaciones actuales para el consumo de agua, con especificaciones de acuerdo con la edad y el sexo.

### >>> Consideremos lo siguiente



¿Conoces qué cantidad de agua consumes diariamente? ¿Es la cantidad recomendada? ¿Y tus compañeros saben si están consumiendo una cantidad de agua adecuada? ¿Quiénes consumen más agua, los varones o las mujeres del grupo? ¿Cómo podrías recopilar información para conocer qué cantidad de agua estás consumiendo?

### >>> Manos a la obra



I. Discutan las siguientes preguntas:

- ¿Cómo podrían averiguar la cantidad de agua que consumen sus compañeros de clase? Es decir, ¿será suficiente con preguntar cuántos vasos con agua toman al día? ¿Por qué? \_\_\_\_\_
- ¿Qué unidad de capacidad será conveniente utilizar para registrar los datos que obtengan de las respuestas de los compañeros? \_\_\_\_\_
- Si alguien consume un refresco de 375 ml, ¿está consumiendo agua? \_\_\_\_\_
- ¿Comes consomé o sopa aguada diariamente? \_\_\_\_\_
- ¿Cómo medirán la cantidad de agua que se consume en una sopa aguada o consomé? \_\_\_\_\_

En el documento "Hidratación: líquidos para la vida" se incluye el contenido de agua de algunos alimentos y bebidas que se consideran son de consumo habitual. Esta información se encuentra en el anexo 2 **Ingestión de agua a partir de alimentos y bebidas consumidos frecuentemente**, consúltenla y acuerden una manera en que podrían utilizarla para determinar, aproximadamente, la cantidad de agua que consumen diariamente.

Anótenlo en las siguientes líneas. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- f) Una vez que decidan la forma en que recopilarán los datos, será conveniente organizarlos y clasificarlos, ¿qué tipo de tabla es más conveniente utilizar para mostrar los resultados de cada pregunta que realicen? \_\_\_\_\_ Y, ¿qué tipo de gráfica es más conveniente utilizar? \_\_\_\_\_
- g) ¿Cuál es el consumo promedio (media) diario de agua a través de los alimentos entre tus compañeros? \_\_\_\_\_
- h) ¿Cuál es el consumo diario de agua más frecuente (moda) entre tus compañeros? \_\_\_\_\_
- i) Una vez que han obtenido los valores del consumo promedio y del consumo diario más frecuente de agua de los alumnos de su grupo, ¿se confirma la suposición que hicieron en cuanto si la cantidad promedio de agua que consumen es la adecuada? \_\_\_\_\_



- j) Escriban en sus cuadernos sus conclusiones sobre los resultados que obtuvieron en este estudio sobre el consumo diario de agua entre tus compañeros. Deberán incluir las tablas o gráficas que elaboraron para mostrar sus resultados.

- II. En el documento "Hidratación: líquidos para la vida", también, se incluye la siguiente tabla que muestra las recomendaciones para consumo de agua diario de varones y mujeres de 4 a 18 años.

**Consumo de agua total diario(ml/día)**

Sexo/edad	Media
Ambos de 4 a 8 años	1 779
Varones de 9 a 13 años	2 535
Mujeres de 9 a 13 años	2 240
Varones de 14 a 18 años	3 400
Mujeres de 14 a 18 años	2 498

Fuente: FNB 2004

- a) Reorganicen los resultados que obtuvieron clasificando por separado las respuestas que dieron los varones y las mujeres, ¿cuál es el consumo promedio (media) diario de agua entre los varones del grupo? \_\_\_\_\_  
 ¿Y cuál es el consumo promedio (media) diarios de agua entre las mujeres del grupo? \_\_\_\_\_

- b) Comparen los resultados obtenidos en el inciso anterior con los que se muestran en la tabla. En el caso de los varones, ¿cuál consumo es mayor, el que muestra la tabla para varones de 14 a 18 años o el de los compañeros de grupo? \_\_\_\_\_
- c) Y al comparar la media de los varones de 9 a 13 años con la media de tus compañeros, ¿cuál es mayor? \_\_\_\_\_
- d) En el caso de las mujeres, ¿qué ocurre? Anoten los comentarios en sus cuadernos.
- e) ¿Con los resultados que obtuvieron, se confirmó lo respondido a las preguntas del apartado *Consideremos lo siguiente?* \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## >>> Lo que aprendimos



I. Seleccionen una de las siguientes preguntas para investigar, o bien realicen el estudio sobre algún otro asunto que el grupo considere más interesante.

- ¿Cuál es el grado de ansiedad de las personas?
- ¿Cuál es la estatura de los estudiantes de tu escuela?
- ¿Cuáles son las aptitudes de los adolescentes?
- ¿Cuáles son los alimentos que consumen los adolescentes en la comida?

Otra problemática: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

- a) Determinen qué grupo o población deberá ser considerado para realizar el estudio.  
\_\_\_\_\_
- b) Elaboren la encuesta que utilizarán para recopilar los datos en su cuaderno. Recuerden que es importante reflexionar sobre el tipo de preguntas que se plantearán y las posibles respuestas que se obtendrán.
- c) Apliquen la encuesta y clasifiquen las respuestas obtenidas. ¿Qué tipo de representación gráfica o tabular utilizarán? ¿Por qué?
- d) Escriban las conclusiones que obtengan y preséntenlas a todos sus compañeros.





II. Seleccionen uno de los siguientes experimentos y realícenlo con los compañeros. Averiguar:

El tiempo de duración de una vela de cera líquida y el de una vela normal.

El número de cerillos de madera defectuosos en una caja que contiene 100 cerillos.

a) ¿Cuántos ensayos o extracciones realizarán? \_\_\_\_\_

b) ¿Qué tipo de tabla utilizarán para registrar los datos o resultados que obtengan?  
\_\_\_\_\_

c) ¿Qué tipo de representación gráfica utilizarán? \_\_\_\_\_ ¿Por qué?  
\_\_\_\_\_

d) ¿Qué tipo de medida de tendencia central se podría utilizar para resumir los resultados del experimento? \_\_\_\_\_



e) Escriban en su cuaderno las conclusiones que obtengan y preséntenlas a todos sus compañeros.

## >>> Para saber más



Sobre cómo elaborar una encuesta, consulten:

<http://www.encuestafacil.com>

[Fecha de consulta: 1 de abril de 2008].

Elijan el icono Diseña y paso a paso podrán elaborar una encuesta.

Sobre algunos estudios estadísticos, consulten:

<http://matematicas.mty.itesm.mx/uneest/home.htm>

[Fecha de consulta: 1 de abril de 2008].

Ruta: Servicios → Ratings de Radio en Monterrey (Presentación en Power Point),

Contenido del Reporte

Tecnológico de Monterrey.



A'

B'

C'

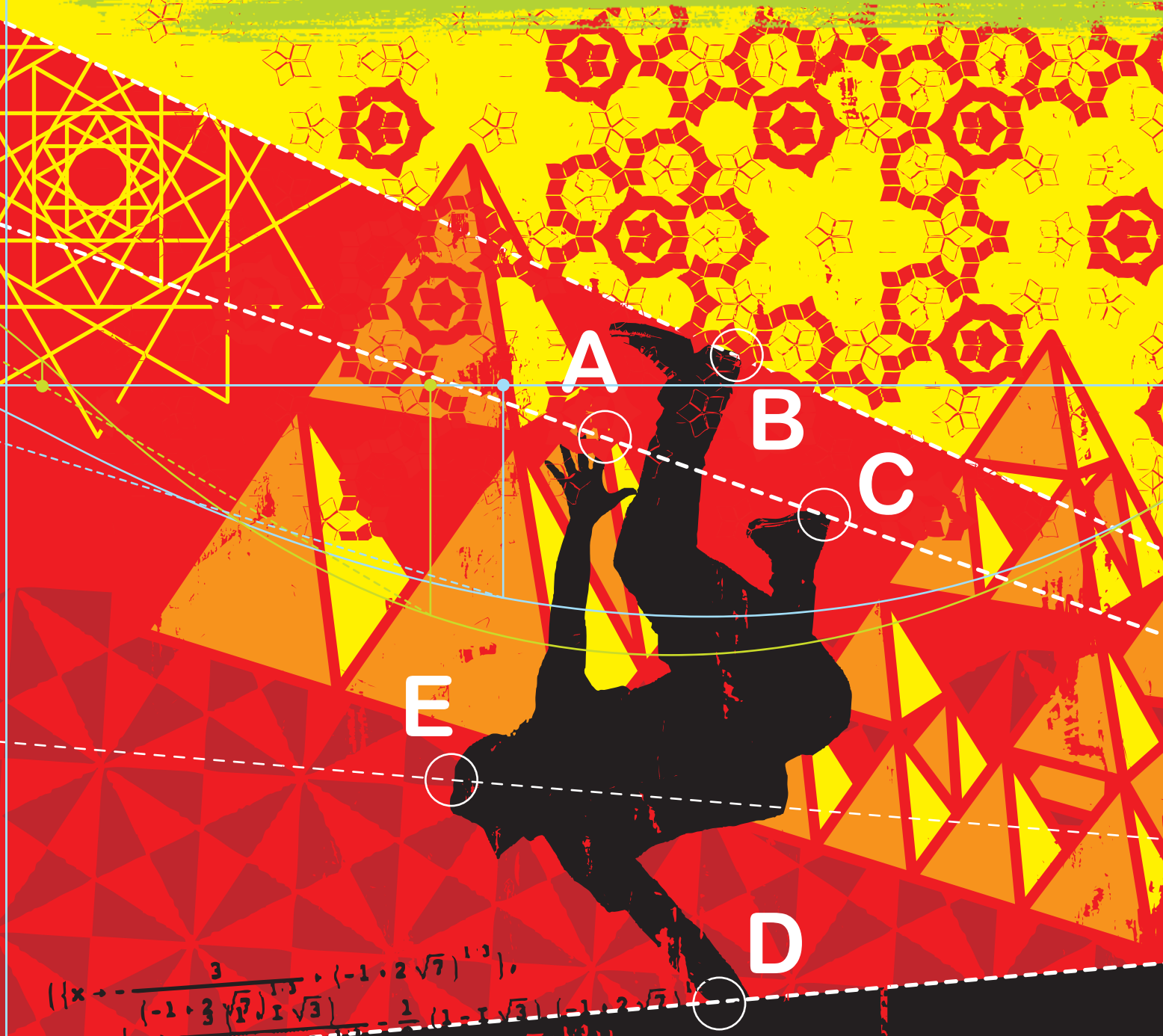
E'

D'



# BLOQUE

2



$$\left\{ x \rightarrow \frac{3}{(-1 + 3\sqrt{7})^{1/3} + (-1 - 2\sqrt{7})^{1/3}}, \right. \\ \left. x \rightarrow \frac{1 + (1 - i\sqrt{3})^{1/3}}{2(-1 + 2\sqrt{7})^{1/3}} - \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})(-1 - 2\sqrt{7})^{1/3} \right\}$$



# Ecuaciones no lineales

En esta secuencia resolverás problemas mediante el planteamiento y solución de ecuaciones de segundo o tercer grado.

## SESIÓN 1

### EL NÚMERO SECRETO

#### >>> Para empezar



En **Matemáticas I** y **II** aprendiste a resolver problemas y ecuaciones lineales con una incógnita y con dos. Algunas de esas ecuaciones tienen sólo una solución, por ejemplo:  $2x + 3 = 8$ . Otras tienen una infinidad de soluciones, tal como:  $x + y = 10$ .

En esta secuencia estudiarás algunos problemas que pueden resolverse con ecuaciones que tienen dos soluciones, una solución o ninguna solución.

#### >>> Consideremos lo siguiente



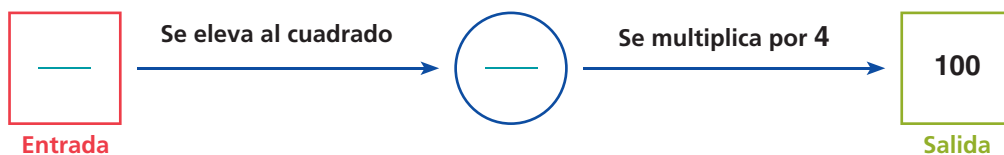
Resuelve el acertijo:

Pensé un número y lo elevé al cuadrado. Al resultado lo multipliqué por 4 y al final obtuve 100. Si no pensé en el 5, ¿de qué número se trata? \_\_\_\_\_

#### >>> Manos a la obra



I. Comparen sus soluciones y verifíquenlas usando el siguiente diagrama:



a) ¿Qué número podría ir en el círculo azul? \_\_\_\_\_ ¿Hay otro? \_\_\_\_\_

b) En el cuadrado rojo pueden ir dos números, encuéntrenlos. \_\_\_\_\_

Comenten:

c) ¿Existe algún número negativo que elevado al cuadrado dé 25? \_\_\_\_\_

¿Cuál? \_\_\_\_\_

d) ¿Por qué al elevar al cuadrado cualquier número (positivo o negativo) el resultado es siempre un número positivo? \_\_\_\_\_

II. El producto de dos números enteros consecutivos es 552. ¿Cuáles son esos números?  
 \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_



Comparen sus soluciones y verifiquenlas. Comenten:

a) Para resolver este tipo de problemas es necesario, frecuentemente, encontrar la ecuación primero la ecuación correspondiente. Si se representa con la letra  $x$  el número menor de los dos, ¿cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al problema anterior?

- $(x)(x) = 552$
- $(x)(552) = y$
- $x(x+1) = 552$
- $(x)(x) + 1 = 552$
- $x^2 + 1 = 552$

b) Hay una pareja de números enteros negativos consecutivos cuyo producto es igual a 552. Completen la siguiente tabla para encontrarla.

$x$	$x + 1$	$x(x + 1)$
-23	-22	$(-23)(-22) =$
-25		

Recuerden que:  
 $(-23) + 1 = -22$   
 $(-25) + 1 = -24$

c) ¿Cuáles son los números enteros negativos consecutivos que multiplicados dan 552?  
 \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_

## >>> A lo que llegamos

Una ecuación cuadrática es una ecuación en la cual hay un término que tiene la incógnita elevada al cuadrado. Por ejemplo, las siguientes son ecuaciones cuadráticas:

$$2x^2 = 18$$

↑  
Término cuadrático

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

↑  
Término cuadrático

$$x(x + 3) = -9$$

↙ ↘  
Producto que da un término cuadrático

Las ecuaciones cuadráticas pueden tener dos soluciones. Por ejemplo:  $2x^2 = 18$ , tiene dos soluciones:  $+3$  y  $-3$ , porque al sustituir estos valores en la ecuación y efectuar las operaciones se obtiene 18.

Ecuación:	$2x^2 = 18$
Para $x = +3$ :	$2(+3)^2 = 2(+9) = 18$
Para $x = -3$ :	$2(-3)^2 = 2(+9) = 18$

III. Se tiene el siguiente acertijo: a tres veces el cuadrado de un número se le sumó 8. Como resultado se obtuvo 83.

Si el número se representa con la letra  $x$ , ¿cuál de las siguientes es la ecuación que corresponde al acertijo? Subráyala.

- $(3 + x)^2 + 8 = 83$
- $3x^2 + 8 = 83$
- $(3)(x^2)(8) = 83$

La ecuación que corresponde al acertijo tiene dos posibles soluciones.

- a) Encuentra las dos soluciones de la ecuación que subrayaste: \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_
- b) Verifica las soluciones realizando con cada una de ellas las operaciones que se indican en el acertijo.

### >>> Lo que aprendimos

Resuelve los siguientes problemas. Verifica las soluciones que obtengas.

1. El cuadrado de un número más 3 es igual a 84.

El número puede ser \_\_\_\_\_ o \_\_\_\_\_

2. Pedro pensó un número, lo elevó al cuadrado, al resultado le sumó 5 y obtuvo 1.

a) ¿Por qué crees que Pedro se equivocó al hacer alguna de las dos operaciones?

\_\_\_\_\_

b) Si Pedro pensó en el  $-2$ , ¿cuánto debió obtener de resultado? \_\_\_\_\_

c) Si Pedro pensó en el  $+2$ , ¿cuánto debió obtener de resultado? \_\_\_\_\_

d) ¿Hay algún número que elevado al cuadrado sea igual a  $-4$ ? \_\_\_\_\_ ¿Cuál?

\_\_\_\_\_

3. El largo de un terreno rectangular mide el doble del ancho. El terreno tiene  $162 \text{ m}^2$  de área.

a) Encuentra una ecuación que exprese el problema anterior. Usa la letra  $x$  para representar al ancho. \_\_\_\_\_

b) ¿Cuánto mide de ancho? \_\_\_\_\_

c) ¿Cuánto mide de largo? \_\_\_\_\_

## CUBOS, CUADRADOS Y ARISTAS

### >>> Para empezar

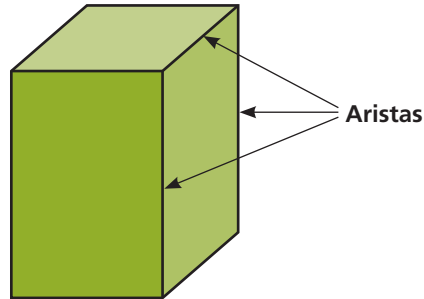
En un prisma los segmentos donde se unen dos caras se llaman *aristas*.

¿Cuántas aristas tiene el prisma cuadrangular de la derecha? \_\_\_\_\_

Un cubo es un prisma cuadrangular especial. Tiene 6 caras y todas son cuadrados congruentes.

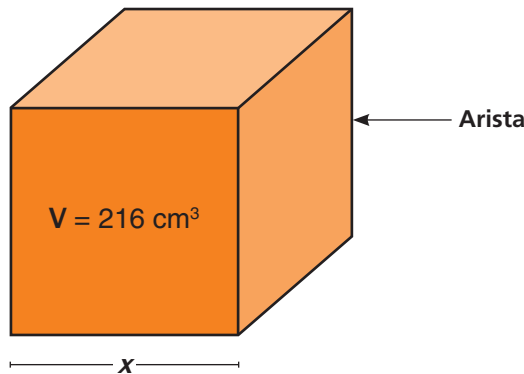
Además, sabes que el volumen de un cubo cuya arista mide  $x$  es:

$$V = (x) (x) (x) = x^3$$



### >>> Consideremos lo siguiente

¿Cuánto mide la arista de un cubo cuyo volumen es  $216 \text{ cm}^3$ ? \_\_\_\_\_



Comparen sus soluciones y comenten cómo las obtuvieron.

### >>> Manos a la obra

I. Revisa los procedimientos que siguieron algunos alumnos para resolver el problema.

#### PROCEDIMIENTO 1.

Arturo planteó la siguiente ecuación:  $x^3 = 216$ .

Luego, dividió 216 entre 3 y escribió:  $x = \frac{216}{3}$ .

Finalmente encontró que la arista mide 72 cm.

**PROCEDIMIENTO 2.**

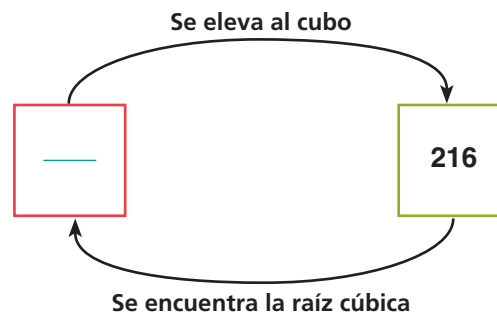
Rosa hizo la siguiente tabla:

Medida de la arista (cm)	Volumen (cm <sup>3</sup> )
2	2 <sup>3</sup> = 8
10	10 <sup>3</sup> = 1000
5	5 <sup>3</sup> = 125
8	8 <sup>3</sup> = 512

Rosa dijo que la arista debía medir entre 5 cm y 8 cm.

**PROCEDIMIENTO 3.**

Lupe planteó la ecuación:  $x^3 = 216$  y usó un diagrama para resolverla:



Lupe dice la solución es la raíz cúbica de 216, pero que no sabe calcularla.

¿Con cuál de los tres procedimientos estás de acuerdo? \_\_\_\_\_



Comparen sus respuestas. Comenten:

- a) ¿Cuál creen que sea la medida que encontró Rosa al continuar con su procedimiento? \_\_\_\_\_
- b) ¿Cuánto es la raíz cúbica de 216? \_\_\_\_\_



**II. Contesta lo que se te pide a continuación**

a) Relaciona las columnas.

( ___ ) Pensé un número y le resté 19 elevado al cubo. El resultado es igual a 8. ¿De qué número se trata?	(A) $x^3 - 19 = 83$
( ___ ) Pensé un número y lo elevé al cubo. Al resultado le resté 19 y al final obtuve 8. ¿De qué número se trata?	(B) $x - 19^3 = 8$
( ___ ) Pensé un número y le resté 19. Al resultado lo elevé al cubo y al final obtuve 8. ¿De qué número se trata?	(C) $x^3 - 19 = 8$
	(D) $(x - 19)^3 = 8$

- b) Soluciona las ecuaciones que seleccionaste.
- c) Verifica tus soluciones sustituyendo los valores en la siguiente tabla. Si lo consideras necesario, usa tu calculadora.

$x^3 - 19 = 83$	$x - 19^3 = 8$	$x^3 - 19 = 8$	$(x - 19)^3 = 8$
$( \quad )^3 - 19 = 83$	$( \quad ) - 19^3 = 8$	$( \quad )^3 - 19 = 8$	$( \quad - 19 )^3 = 8$



Comparen sus respuestas y comenten cómo las encontraron.



III. Plantea una ecuación para resolver el siguiente acertijo. Usa  $x$  para representar el número buscado.

Pensé un número. Le sumé 5 y al resultado lo elevé al cubo. Al final obtuve  $-27$ . ¿Cuál es el número que pensé?

- a) Ecuación: \_\_\_\_\_
- b) Soluciona la ecuación que planteaste. Verifica tu solución sustituyendo el valor que encontraste.



Comparen sus respuestas y comenten cómo las encontraron.

## >>> A lo que llegamos

Una ecuación cúbica es una ecuación en la cual hay un término que tiene la incógnita elevada al cubo. Por ejemplo, las siguientes son ecuaciones cúbicas:

$$2x^3 = -128$$

↑  
Término cúbico

$$x^3 + 6x^2 = 16$$

↑  
Término cúbico

$$(x + 3)^3 = (x + 3)(x + 3)(x + 3) = -8$$

↑ ↑ ↑  
Producto que da un término cúbico

Para resolver la ecuación  $2x^3 = -128$  podemos usar las operaciones inversas:

$$\begin{aligned}
 2x^3 &= -128 \\
 x^3 &= -\frac{128}{2} \\
 x^3 &= -64 \\
 x &= \sqrt[3]{-64} \\
 x &= -4
 \end{aligned}$$

## >>> Lo que aprendimos

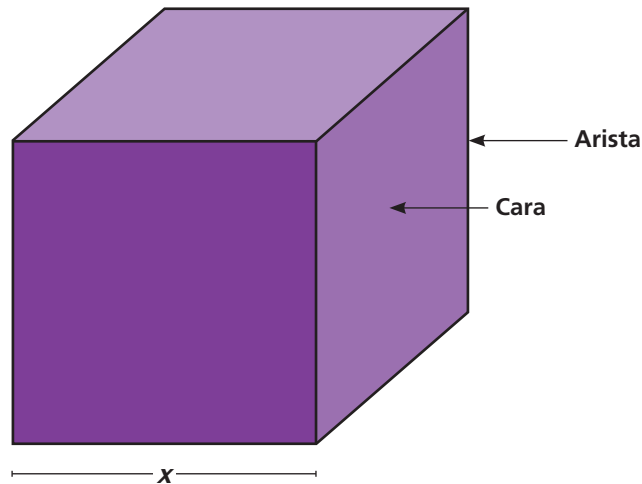
Resuelve los siguientes problemas.

1. A un número le resto 15, el resultado lo elevo al cubo y obtengo  $-8$ . ¿De qué número se trata?

Ecuación: \_\_\_\_\_

Solución: \_\_\_\_\_

2. El área total de las seis caras de un cubo es  $60 \text{ cm}^2$ .



- a) Si la medida de una arista se representa con  $x$ , ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite encontrar la medida de la arista? Subráyala.

- $x^3 = 60$
- $x^2 = 60$
- $6x^2 = 60$
- $6x = 60$

- b) ¿Cuánto mide de área, una cara del cubo? \_\_\_\_\_

- c) ¿Cuánto mide la arista del cubo?  $x =$  \_\_\_\_\_

(Usa la calculadora para encontrar la solución.)

- d) ¿Cuánto mide de volumen el cubo? \_\_\_\_\_



MENÚ DE PROBLEMAS

Resuelve los siguientes problemas. Usa la calculadora para realizar las operaciones cuando lo consideres necesario.

1. A un hojalatero le encargaron hacer un recipiente en forma de prisma cuadrangular de 3 dm de altura que tenga un volumen de 48 dm<sup>3</sup>.

Para construir el recipiente usará una lámina de metal de forma cuadrada (figura A), luego cortará cuadrados en las esquinas y, finalmente, doblará los bordes para formar el recipiente.

Contesta las siguientes preguntas para encontrar las medidas de los lados de la lámina

- a) ¿Qué forma geométrica tiene la base del prisma?

\_\_\_\_\_

- b) La medida en decímetros del lado de la lámina es  $y$ . Subraya la expresión que representa la medida, en decímetros, de un lado de la base del prisma?

- $y$
- $y - 6$
- $y - 3$

- c) ¿Qué expresión corresponde al área de la base del prisma? \_\_\_\_\_

- d) Subraya la ecuación que hay que resolver para encontrar la medida de un lado de la lámina metálica.

- $4(y - 6)^2 = 48$
- $6(y - 6)^2 = 48$
- $3(y - 6)^2 = 48$
- $3(y - 3)^2 = 48$

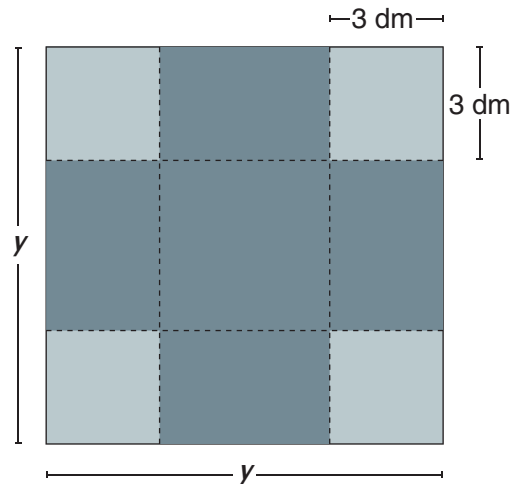
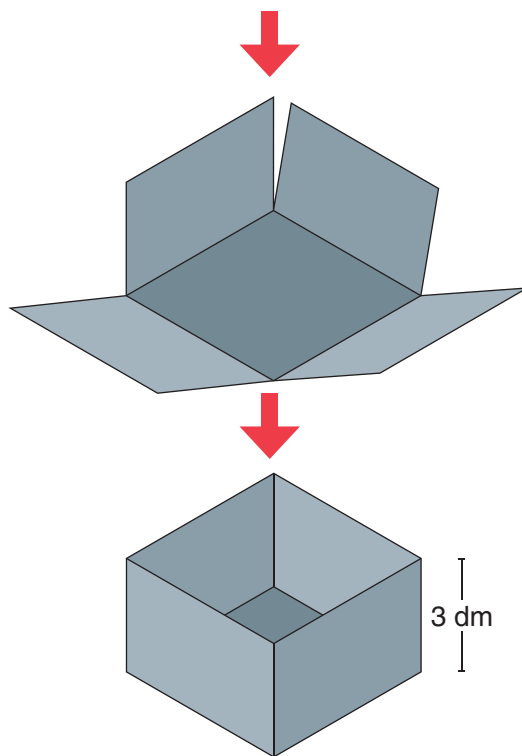


Figura A



$V = 48 \text{ dm}^3$

Recuerda que:  
 La fórmula para calcular el volumen de un prisma es:  
 Área de la base  $\times$  altura = volumen.





4. Inventa un problema que se resuelva con la ecuación  $\frac{x^2}{5} = 125$ . Encuentra las dos soluciones de la ecuación y determina cuál de ellas es además solución del problema.

Presenten los problemas que inventaron. Comenten por qué algunas soluciones de la ecuación se descartan como solución del problema.



Inventen dos problemas para cada ecuación, resuélvanlas y determinen cuáles soluciones son aceptables para cada problema.

a)  $6a^2 = 37.5$

b)  $3n^2 - n = 102$

## >>> Para saber más



Sobre ecuaciones cuadráticas, consulten:

<http://www.emathematics.net/es/ecsegundogrado.php?a=1&tipo=numero>

Ruta: Ecuación de segundo grado → Resolución cuando  $b=0$

[Fecha de consulta: 1 de abril de 2008].



# Resolución de ecuaciones por factorización

En esta secuencia resolverás problemas y ecuaciones cuadráticas mediante *factorización*.

SESIÓN 1

## ¿CUÁNTO MIDEN LOS LADOS?

### >>> Para empezar



En la secuencia 1 trabajaron con bloques algebraicos de área  $x^2$ ,  $x$  y  $1$ .



En esta sesión trabajaremos con bloques de área  $z^2$ ,  $z$  y de  $1 \text{ cm}^2$ , como se muestra en la figura 1.

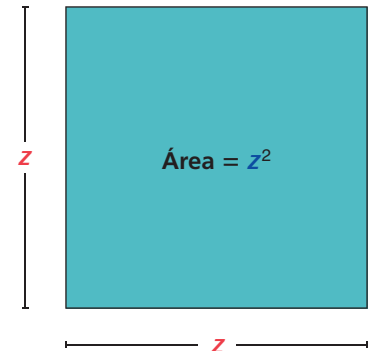
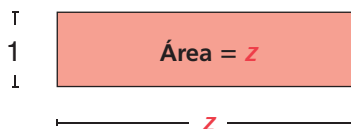
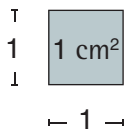


Figura 1

### >>> Consideremos lo siguiente

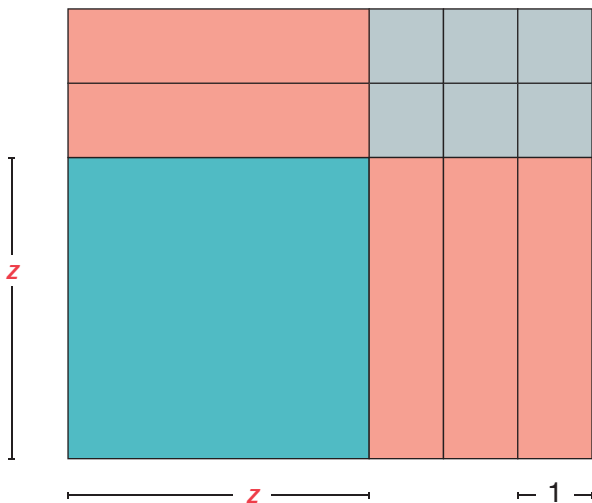


Figura 2



Con bloques como los anteriores se ha formado un rectángulo cuya área se representa por el trinomio  $z^2 + 5z + 6$ , como se muestra en la figura 2.

a) ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde a la base de este rectángulo?

\_\_\_\_\_

b) ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde a la altura de este rectángulo?

\_\_\_\_\_

Si se sabe, además, que el área del rectángulo es  $42 \text{ cm}^2$ :

- c) Completen la ecuación que tienes que resolver para encontrar el valor de  $z$ , sin realizar medición alguna.

Ecuación: \_\_\_\_\_ = 42

- d) La ecuación que escribiste debe tener dos soluciones, ¿cuál de ellas no resuelve el problema? \_\_\_\_\_
- e) ¿Cuántos centímetros mide  $z$ ? \_\_\_\_\_

Comparen sus soluciones y comenten cómo las obtuvieron.

## >>> Manos a la obra



- I. En la secuencia 1 estudiaste cómo factorizar trinomios. Contesta las siguientes preguntas para factorizar  $z^2 + 5z + 6$ :

- a) Encuentra algunas parejas de números enteros que multiplicados den 6 como resultado: \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_
- b) ¿Cuál de esas parejas de números da 5 al sumarse? \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_
- c) ¿Cuáles son las dos expresiones algebraicas que multiplicadas dan  $z^2 + 5z + 6$ ? Completa.

$$(z + \underline{\quad}) (z + \underline{\quad}) = z^2 + 5z + 6$$



Comparen y verifiquen sus soluciones haciendo las multiplicaciones respectivas.

Comenten:

- a) ¿Cuánto tiene que valer  $z$  para que el área del rectángulo sea igual a 42 cm<sup>2</sup>?  
 $z =$  \_\_\_\_\_
- b) Hay un valor negativo de  $z$  que es solución de la ecuación  $(z + 3)(z + 2) = 42$ . Encuéntrenlo completando la siguiente tabla.

$z$	$z + 3$	$z + 2$	$(z + 3)(z + 2)$
-1	2	1	2
-3	0	-1	0
-7	-4	-5	20

$z =$  \_\_\_\_\_

- c) ¿Resuelve el problema este valor de  $z$ ? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

- II. La figura 3 es una reducción, el área del rectángulo original era de  $54 \text{ cm}^2$ . ¿Cuánto medían su base y su altura?

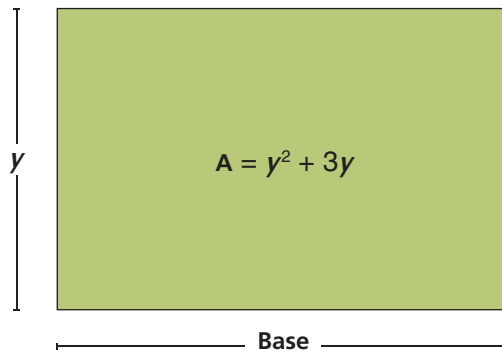


Figura 3

- a) ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde a la base de este rectángulo?

\_\_\_\_\_

Recuerda que:

Para factorizar el binomio  $x^2 + 6x$  se busca el factor común de ambos términos:

$$x^2 + 6x = x(x + 6)$$

↑  
Factor común

Para encontrar la longitud original del lado  $y$ , sin necesidad de medir, tienes que resolver la ecuación:

$$y^2 + 3y = 54$$

- b) Completa la factorización del binomio  $y^2 + 3y$ , de la ecuación anterior.

$$(y) ( \quad ) = 54$$

- c) Existen dos parejas de números enteros que multiplicados dan 54 y que uno de ellos es tres unidades mayor que el otro. Completa las parejas escribiendo en primer lugar el número menor.

$$( \quad ) ( \quad ) = 54 \quad ( \quad ) ( \quad ) = 54$$

- d) ¿Cuáles son las soluciones de la ecuación  $y^2 + 3y = 54$ ?

$$y_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad y_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- e) ¿Cuántos centímetros mide la altura del rectángulo? \_\_\_\_\_

- f) ¿Cuántos centímetros mide su base? \_\_\_\_\_



Comparen sus respuestas, verifiquen sus soluciones de la ecuación y comenten: ¿Cuál solución de la ecuación no resuelve el problema?

## >>> A lo que llegamos

Una forma de resolver ecuaciones cuadráticas consiste en **factorizar** las expresiones algebraicas. Por ejemplo, la ecuación:

$$x^2 + 7x + 10 = 18$$

se puede resolver factorizando el trinomio  $x^2 + 7x + 10$ ; la ecuación queda así:

$$(x + 5)(x + 2) = 18$$

Una manera de resolver esta ecuación factorizada consiste en buscar parejas de números que **multiplicados den 18** y que uno de ellos sea **tres unidades menor que el otro**.

En este caso, hay dos parejas de números que cumplen estas dos condiciones:

$$(3)(6) = 18 \quad \text{y} \quad (-6)(-3) = 18$$

Entonces, se tiene que:

$$(x + 2)(x + 5) = 18$$

$$(3)(6) = 18$$

de donde  $x = 1$ , porque  $x + 2 = 1 + 2 = 3$  y,  $x + 5 = 1 + 5 = 6$

Además se tiene que:

$$(x + 2)(x + 5) = 18$$

$$(-6)(-3) = 18$$

de donde  $x = -8$ , porque  $x + 2 = -8 + 2 = -6$  y,  $x + 5 = -8 + 5 = -3$

## >>> Lo que aprendimos



1. Soluciona las siguientes ecuaciones mediante factorización. Comprueba tus soluciones sustituyéndolas en la ecuación y efectuando las operaciones.

a)  $x^2 - 2x = 8$

Comprobación:

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$      $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

b)  $x^2 - 4x + 4 = 81$

Comprobación:

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$      $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$



2. Resuelve los siguientes problemas. Plantea y resuelve una ecuación cuadrática para cada uno de ellos.

a) El área de un rectángulo está dada por la expresión algebraica  $x^2 - 6x + 8$ . Además, también se sabe que el área es igual a 15 cm. ¿Cuánto miden los lados del rectángulo?

Ecuación: \_\_\_\_\_

Largo: \_\_\_\_\_ Ancho: \_\_\_\_\_

b) El área de un rectángulo está dada por la expresión algebraica  $x^2 + 9x + 18$ . Además, también se sabe que el área es igual a 40 m<sup>2</sup>. ¿Cuánto miden los lados del rectángulo?

Ecuación: \_\_\_\_\_

Largo: \_\_\_\_\_ Ancho: \_\_\_\_\_

## SESIÓN 2

## LOS FACTORES DE CERO

### >>> Para empezar



Encuentren distintas parejas de números que den cero al multiplicarse.

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = 0

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = 0

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = 0

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = 0

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = 0

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = 0

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = 0

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = 0

¿Habrá alguna pareja de números DISTINTOS DE CERO que den cero al multiplicarse?

\_\_\_\_\_ ¿Cuál? \_\_\_\_\_

Lean y comenten la siguiente información.


**Si el producto de dos números es igual a cero, al menos uno de los dos tiene que ser igual a cero.**




 Hay dos números que solucionan la siguiente ecuación:

$$(x - 6)(x - 2) = 0$$

- a) ¿Cuánto tiene que valer  $x$  para que  $x - 6$  sea igual a 0?  $x =$  \_\_\_\_\_
- b) ¿Cuánto tiene que valer  $x$  para que  $x - 2$  sea igual a 0?  $x =$  \_\_\_\_\_

 Comparen sus respuestas. Verifiquenlas sustituyendo sus valores en la ecuación original.

## >>> Consideremos lo siguiente

 Plantea y resuelve una ecuación para encontrar los números que cumplan la siguiente condición:

*Al elevar el número al cuadrado y restarle 8 se obtiene el mismo resultado que al multiplicar el número por 2.*

Ecuación: \_\_\_\_\_

Números que solucionan la ecuación: \_\_\_\_\_

 Comparen y verifiquen sus respuestas.

## >>> Manos a la obra

 I. Con relación al problema anterior, contesta las siguientes preguntas.

- a) Si el número que se busca se representa con la letra  $x$ , ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al enunciado: *Elevar el número al cuadrado y restarle 8?* Subráyala.

- $(x - 8)^2$
- $x^2 - 8$
- $x^2 (8)$

- b) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al problema? Subráyala.

- $(x - 8)^2 = 2x$
- $x^2 - 8 = 2x$
- $8x^2 = 2x$

 Comparen sus respuestas.

- II. Revisa los procedimientos que siguieron algunos alumnos para resolver la ecuación que corresponde. Contesta lo que se pregunta respecto a cada procedimiento.

## PROCEDIMIENTO 1

Arturo factorizó la ecuación de la siguiente manera:

$$x^2 - 8 = 2x$$

$$(x - 2)(x - 4) = 2x$$

Y dijo que los números 2 y 4 cumplían la condición del problema.

- a) ¿Estás de acuerdo con la factorización que hizo Arturo? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_
- 
- b) Para verificar la factorización que encontró Arturo, realiza la multiplicación de los factores:  
 $(x - 2)(x - 4) =$  \_\_\_\_\_

## PROCEDIMIENTO 2

Recuerda que:

Para factorizar un trinomio como  $x^2 + 5x - 24$ , hay que buscar dos números que multiplicados den  $-24$  y sumados den  $+5$ .

$$(+8)(-3) = -24$$

$$(+8) + (-3) = +5$$

$$x^2 + 5x - 24 = (x + 8)(x - 3)$$

Lupe dijo que no podía factorizar la ecuación como estaba. Restó  $2x$  de ambos lados de la ecuación y obtuvo lo siguiente:

$$x^2 - 8 = 2x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 2x - 2x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

- c) ¿Cuál de las siguientes es factorización de  $x^2 - 2x - 8$ ? Subráyala.
- $x^2 - 2x - 8 = (x - 2)(x - 4)$
  - $x^2 - 2x - 8 = (x + 2)(x - 4)$
  - $x^2 - 2x - 8 = (x - 2)(x + 4)$
- d) En la ecuación  $x^2 - 2x - 8 = 0$ , sustituye el trinomio por su factorización y resuelve la ecuación que resulte.

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(\text{_____})(\text{_____}) = 0$$

$$x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$$



Comparen y verifiquen sus respuestas sustituyendo en la ecuación original. Comenten: ¿cuáles son los números que cumplen la condición del problema?

---

## >>> A lo que llegamos

Una ecuación cuadrática factorizada e igualada a cero se resuelve al encontrar los números que hacen valer cero a los factores. Por ejemplo, la ecuación cuadrática factorizada:

$$(x - 7)(x + 11) = 0$$

se soluciona al encontrar los valores de  $x$  que hacen valer cero a los factores, es decir:

$$x - 7 = 0 \quad \text{y} \quad x + 11 = 0$$

de donde se obtiene:  $x_1 = 7$  y  $x_2 = -11$

Entonces 7 y  $-11$  son soluciones porque al sustituirlos en la ecuación y efectuar las operaciones, se obtiene 0.

Sustituyendo 7:  $(7 - 7)(7 + 11) = (0)(18) = 0$

Sustituyendo  $-11$ :  $(-11 - 7)(-11 + 11) = (-18)(0) = 0$

III. Resuelve las siguientes ecuaciones. Cuando sea necesario, iguala a cero y factoriza.

a)  $x^2 + 10x + 21 = 0$

b)  $z^2 = -6z - 9$

c)  $y^2 - 6 = -y$

## >>> Lo que aprendimos

1. Resuelve las siguientes ecuaciones factorizando. Cuando sea conveniente, transforma la ecuación de manera que esté igualada a cero.

a)  $x^2 - 10x + 25 = 0$

b)  $12z - 36 = z^2$

c)  $y^2 + 7y = 18$

2. Resuelve el siguiente problema mediante una ecuación.

¿Qué número elevado al cuadrado es igual a tres veces el mismo número?

Ecuación: \_\_\_\_\_

El número es: \_\_\_\_\_ o \_\_\_\_\_

SESIÓN 3

EL ADORNO

>>> Para empezar



Una ecuación cuadrática está en su **forma general** cuando un lado de la igualdad es 0 y en el otro lado se han efectuado todas las operaciones indicadas y los términos ya no pueden reducirse. Ejemplos de ecuaciones cuadráticas en su forma general son:

- $x^2 - 6x - 7 = 0$
- $x^2 - 6x = 0$

Establezcan la forma general de la ecuación  $2x^2 + 6(x + 1) - 3x = 6$ :

\_\_\_\_\_ = 0

En esta sesión resolverán problemas planteando las formas generales de las ecuaciones correspondientes.

>>> Consideremos lo siguiente



Luis adornó el borde de un dibujo como se muestra en la figura 4. El área cubierta por el adorno es de 252 cm<sup>2</sup>.

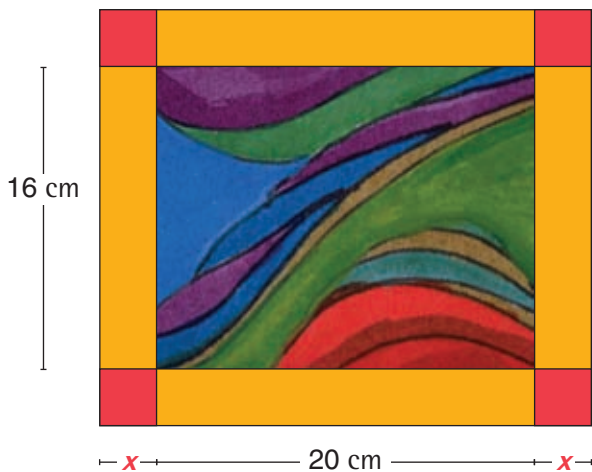


Figura 4

a) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a este problema? Subráyala.

- $4x^2 + 36x = 252$
- $4x^2 + 36 = 252$
- $4x^2 + 72x = 252$
- $4x^2 + 72 = 252$

b) ¿Cuántos centímetros mide el ancho del adorno?

\_\_\_\_\_



Comparen sus soluciones y comenten cómo encontraron el valor de  $x$ .

>>> Manos a la obra



I. A continuación se presenta una forma de resolver la ecuación correspondiente al problema del adorno. Efectúa las siguientes actividades:

a) Establece la forma general de la ecuación.

\_\_\_\_\_ = 0

- b) Todos los términos de esta ecuación se pueden dividir entre el mismo número: 4. Simplifica la ecuación dividiendo entre 4.

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

- c) Factoriza la ecuación.

$$(\quad)(\quad) = 0$$


- d) Encuentra los valores de  $x$  que hacen cero los factores:

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0 \quad \text{y} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 0$$


- e) Las soluciones de la ecuación son:

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{y} \quad x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- f) ¿Cuál de las dos soluciones de la ecuación no puede ser la medida del lado de un cuadrado rojo de la figura 4?  $\underline{\hspace{2cm}}$  ¿Por qué?  $\underline{\hspace{2cm}}$


 Comparen y verifiquen sus respuestas.

## >>> A lo que llegamos

 Para resolver una ecuación cuadrática usando la factorización es conveniente pasarla primero a su forma general.

Por ejemplo, la ecuación  $x^2 - 3x - 5 = 35$  se puede resolver de la siguiente manera:

- Se pasa la ecuación a su forma general:  $x^2 - 3x - 40 = 0$
- Se factoriza:  $(x - 8)(x + 5) = 0$
- Se encuentran los valores de  $x$  que hacen cero los factores:  $x_1 = 8, x_2 = -5$
- Se verifican las soluciones sustituyendo en la ecuación original:
  - Para  $x_1 = 8$ :  $(8)^2 - 3(8) - 5 = 64 - 24 - 5 = 35$
  - Para  $x_2 = -5$ :  $(-5)^2 - 3(-5) - 5 = 25 + 15 - 5 = 35$

 II. Resuelve y verifica en tu cuaderno las siguientes ecuaciones. Usa el procedimiento de factorización.

a)  $x^2 + 3x = 10$

b)  $3x^2 = -6x$

 Comparen y verifiquen sus respuestas.

## >>> Lo que aprendimos

1. La expresión  $y^2 + 2y + 2$  representa el área de la figura 5.

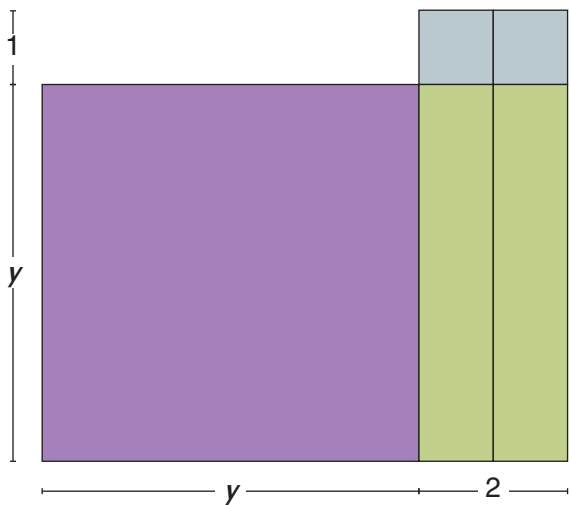


Figura 5

a) Plantea una ecuación para encontrar el valor de  $y$  si el área de toda la figura es de  $26 \text{ cm}^2$ .

Ecuación: \_\_\_\_\_ = 26

b) Para resolver la ecuación que planteaste, primero pásala a su forma general:

Forma general: \_\_\_\_\_ = 0

c) Resuelve la ecuación mediante factorización:

( ) ( ) = 0

$y_1 =$  \_\_\_\_\_  $y_2 =$  \_\_\_\_\_

d) Verifica los valores que encontraste sustituyendo en la ecuación original.

e) ¿Cuántos centímetros mide el lado del cuadrado morado de la figura 4?

\_\_\_\_\_

2. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones. Usa el procedimiento de factorización.

a)  $x^2 = -5x$

b)  $3x^2 + 5x = 2x^2 + 7x$

c)  $2x^2 + 6(x + 1) - 3x = 6$

### SESIÓN 4

## APLIQUEMOS LO APRENDIDO

### >>> Lo que aprendimos

1. Plantea una ecuación para modelar los siguientes problemas y aplica la factorización para resolverla.

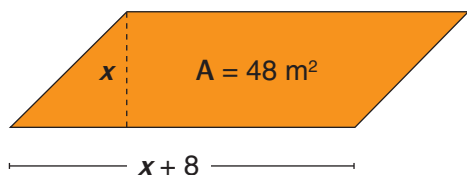


Figura 6

a) ¿Cuántos metros mide el largo del terreno que se muestra en la figura 6?

Ecuación: \_\_\_\_\_

El largo del terreno mide : \_\_\_\_\_ m





# Figuras semejantes

En esta secuencia aprenderás cuáles son las condiciones que deben tener dos figuras para que se diga que son semejantes.

## SESIÓN 1

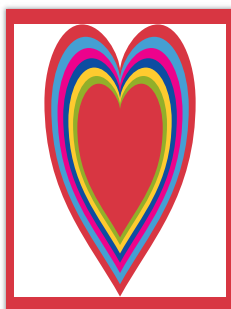
### UN CORAZÓN MUY ESPECIAL

#### >>> Para empezar



Marca con **X** los dibujos que no estén a escala respecto al siguiente:

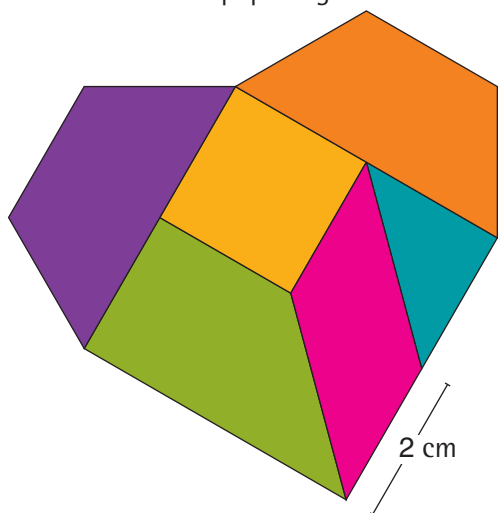
¿En qué te fijaste para elegir los dibujos que tachaste?



#### >>> Consideremos lo siguiente



Usen sus instrumentos geométricos para trazar en hojas blancas tamaño carta las piezas de este rompecabezas; tendrán que hacerlo a escala y de manera que la parte que mide 2 cm deberá medir 11 cm. Se deben repartir las piezas para que cada integrante del equipo haga sólo una o dos.



- Cuando todos hayan terminado la o las piezas que le tocaron, armen con ellas el corazón.
- Si el corazón no se puede armar, revisen cada una de las piezas y vean si realmente están hechas a escala respecto a las del dibujo del rompecabezas; si no, corrijan lo que sea necesario hasta que puedan armar el corazón.

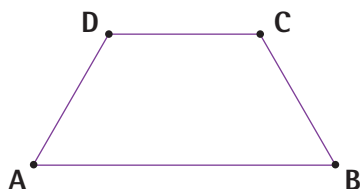


Comenten con su grupo cómo trazaron el rompecabezas y las dificultades que tuvieron al hacerlo.



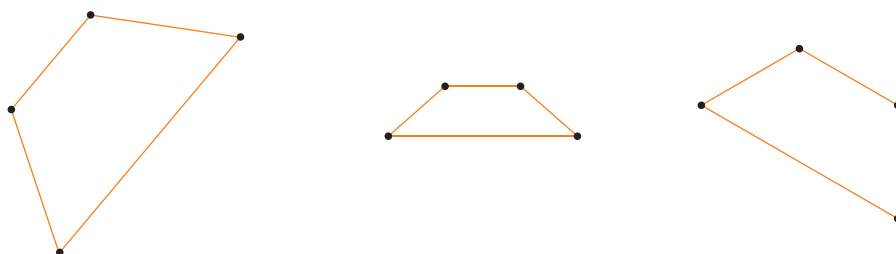
## >>> Manos a la obra

I. La siguiente es una de las piezas del rompecabezas:



Con sus instrumentos geométricos tomen las medidas necesarias para realizar lo que se pide.

a) ¿Cuál de los siguientes trapezios está hecho a escala respecto al anterior? Identifiquen, en el trapezio a escala, los vértices correspondientes a **A**, **B**, **C**, **D** y anótenles **A'**, **B'**, **C'** y **D'** respectivamente.



b) ¿En qué se fijaron para elegir el trapezio hecho a escala? \_\_\_\_\_



Comparen sus respuestas con las de sus compañeros.

c) Midan los segmentos y luego calculen las siguientes razones o cocientes:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \quad \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \quad \frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}} =$$

d) ¿Cómo son entre sí los cocientes: iguales o diferentes? \_\_\_\_\_

¿Qué significa esto? \_\_\_\_\_

e) Anoten la medida de los ángulos interiores:

$$\angle A = \quad \angle B = \quad \angle C = \quad \angle D =$$

$$\angle A' = \quad \angle B' = \quad \angle C' = \quad \angle D' =$$

Recuerden que:

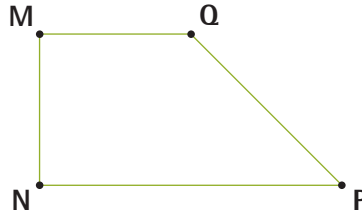
En estas figuras, el lado  $AB$  es el correspondiente del lado  $A'B'$ ; el lado  $BC$  es el correspondiente del lado  $B'C'$ ; etcétera.

Consideren que, debido a la imprecisión de los instrumentos de medición, las medidas pueden variar ligeramente.

Si los lados que forman el ángulo **A**, son correspondientes a los lados que forman el ángulo **A'**, entonces podemos decir que el ángulo **A** es el correspondiente del ángulo **A'**.

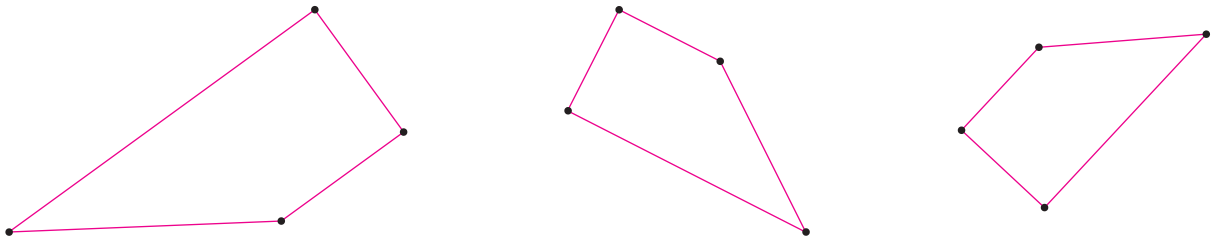
- f) ¿Cuál es el ángulo correspondiente al  $\angle B$ ? \_\_\_\_\_, ¿de  $\angle C$ ? \_\_\_\_\_  
 ¿y al  $\angle D$ ? \_\_\_\_\_
- g) ¿Cómo son entre sí los ángulos correspondientes de ambas figuras? \_\_\_\_\_

II. Este trapecio es otra de las piezas del rompecabezas:



Con sus instrumentos geométricos tomen las medidas necesarias para realizar lo que se pide.

- a) ¿Cuál de los siguientes trapecios está hecho a escala del anterior? Identifiquen, en el trapecio a escala, los vértices correspondientes a  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$  y anótenles  $M'$ ,  $N'$ ,  $Q'$  y  $P'$  respectivamente.



- b) En la actividad I encontraron que los lados correspondientes de dos figuras a escala son proporcionales; verifiquen que el trapecio que eligieron cumple esta condición.
- c) Midan los ángulos internos del trapecio  $MNPQ$  y verifiquen que son iguales a sus correspondientes ángulos internos en el trapecio  $M'N'P'Q'$ .

III. Comparen sus respuestas con las de otros compañeros. Lean y comenten con ayuda de su profesor la siguiente información y resuelvan lo planteado en la actividad.

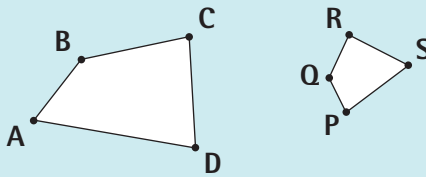
## >>> A lo que llegamos



En matemáticas, cuando dos polígonos están hechos a escala se dice que son polígonos semejantes. Los polígonos semejantes cumplen con dos condiciones:

- a) Las medidas de los lados de uno de los polígonos son proporcionales a las medidas de los lados del otro.
- b) Sus ángulos correspondientes son iguales.

Por ejemplo, el polígono PQRS es semejante al polígono ABCD:



a) Las medidas de los lados del polígono ABCD son proporcionales a las medidas de los lados del polígono PQRS.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{RS}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{SP}} = 2$$

El número 2 es la razón de semejanza del polígono mayor con respecto al menor.

b) Los ángulos correspondientes son iguales:

$$\sphericalangle A = \sphericalangle P \quad \sphericalangle B = \sphericalangle Q \quad \sphericalangle C = \sphericalangle R \quad \sphericalangle D = \sphericalangle S$$



IV. Verifiquen que las figuras que hicieron para el rompecabezas son semejantes a las del dibujo del apartado *Consideremos lo siguiente*, es decir, para cada una verifiquen que sus lados son proporcionales y sus ángulos son iguales.

- a) ¿Cuál es la razón de semejanza del rompecabezas que trazaron con respecto al dibujo? \_\_\_\_\_
- b) ¿Cuál es la razón de semejanza del dibujo con respecto al rompecabezas? \_\_\_\_\_

## APLICACIONES DE LA SEMEJANZA

SESIÓN 2

### >>> Lo que aprendimos

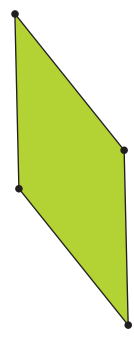
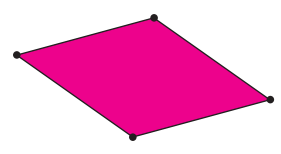


1. Cada uno del equipo recorte en cartulina un triángulo cuyos ángulos midan 30°, 40° y 110°; puede ser del tamaño que deseen.
    - a) ¿Son semejantes los triángulos que construyeron? \_\_\_\_\_
    - b) Argumenten su respuesta: \_\_\_\_\_
    - c) Midan los lados del triángulo que construyeron y los lados del triángulo que haya construido otro integrante del equipo; ¿cuál es la razón de semejanza entre estos dos triángulos? \_\_\_\_\_
  
  2. Todos los rectángulos tienen sus ángulos iguales a 90°. ¿Basta esta condición para afirmar que todos los rectángulos son semejantes? \_\_\_\_\_
- Argumenten su respuesta: \_\_\_\_\_



# SECUENCIA 10

3. Consideren los siguientes rombos:

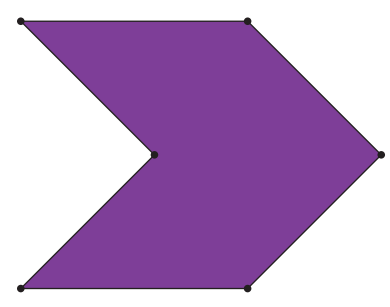


a) ¿Sus lados guardan la misma razón de semejanza? \_\_\_\_\_

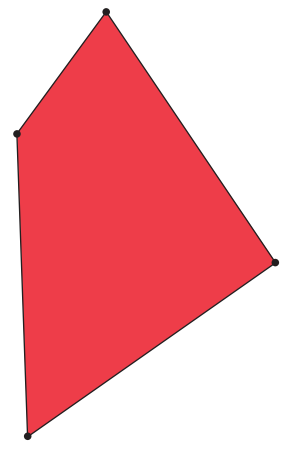
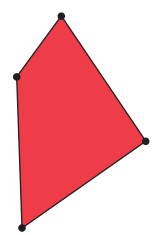
b) ¿Son semejantes los rombos? \_\_\_\_\_

c) Argumenten sus respuestas: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

4. Tracen en su cuaderno un polígono semejante al siguiente:



5. ¿Cuál es la razón de semejanza del polígono menor con respecto al mayor? \_\_\_\_\_

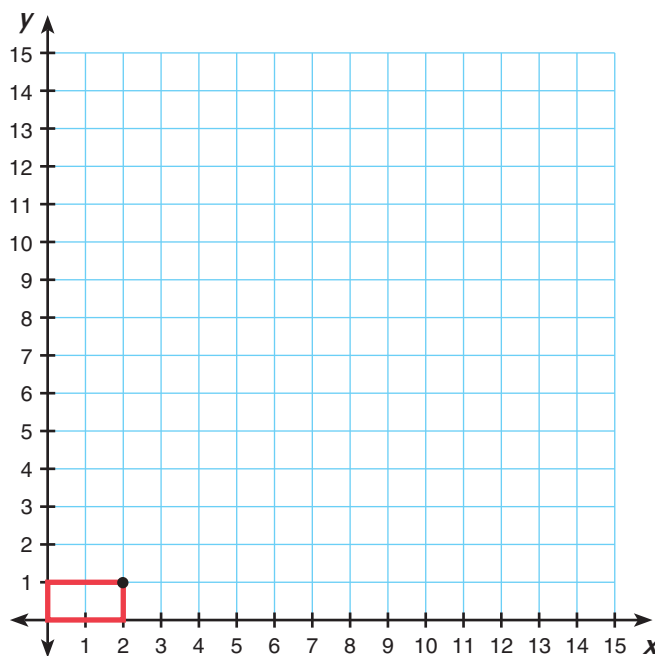




6. Tracen cinco rectángulos semejantes al rectángulo rojo, siempre con el lado más largo sobre el eje  $x$  y el más corto sobre el eje  $y$ , y con uno de sus vértices en el origen.

- Marquen en todos los rectángulos el vértice opuesto al origen, todos estos vértices deben estar alineados; si no es así corrijánlos.
- Tracen la línea que pasa por todos los vértices que marcaron.
- ¿Cuál es la ecuación de esa línea recta?

d) A partir del resultado anterior anoten una manera para determinar si dos rectángulos son o no son semejantes.



7. Completen la siguiente tabla; en el caso de las afirmaciones falsas, den un ejemplo para demostrar su falsedad.

Afirmación	¿Es falso o verdadero?	Ejemplo
Todos los triángulos isósceles son semejantes		
Todos los triángulos equiláteros son semejantes		
Todos los cuadrados son semejantes		
Todas las figuras que son congruentes también son semejantes		
Todas las figuras que son semejantes también son congruentes		



Comparen con otros equipos los resultados que obtuvieron en los ejercicios anteriores y la manera en que lo determinaron.



La semejanza de figuras geométricas tiene muchas aplicaciones, por ejemplo, las fotografías, los planos de una casa, los mapas, las maquetas, las sombras que produce el sol o alguna fuente de luz...

## >>> Para saber más



Consulten en las Bibliotecas Escolares y de Aula:  
Hernández Garcíadiego, Carlos. "Figuras semejantes", "Dibujo a escala y figuras semejantes" en *La geometría en el deporte*. México: SEP/Santillana, Libros del Rincón, 2003.



# Semejanza de triángulos

En esta secuencia aprenderás los criterios de semejanza de triángulos y aplicarás la semejanza de triángulos para calcular distancias inaccesibles.

**SESIÓN 1**

## EXPLORANDO LA SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

### >>> Para empezar



En la secuencia 10 aprendiste que para que dos polígonos sean semejantes deben reunir dos condiciones. Anótalas:

---



---



---



---

Mide los lados de las figuras.



Figura A

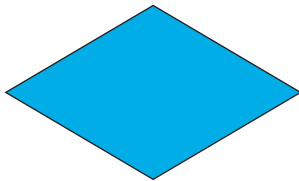


Figura B

¿Las medidas de los lados de la figura B son proporcionales a los de la figura A? \_\_\_\_\_ ¿Cómo lo sabes? \_\_\_\_\_

¿Son semejantes estas dos figuras? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_



Figura C



Figura D

¿Cuánto miden los ángulos de estos rectángulos? \_\_\_\_\_

¿Son semejantes estos dos rectángulos? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

Habrás notado que cada pareja de figuras cumple sólo una de las condiciones que escribiste, pero no cumple la otra y, por eso, no son semejantes.

## >>> Consideremos lo siguiente



Discutan y marquen con una ✓ en cuáles de los siguientes casos se obtienen necesariamente dos triángulos que son semejantes.



**Caso 1.** En un triángulo, uno de sus lados mide 6 cm y uno de sus ángulos  $60^\circ$ ; en el otro triángulo, el lado y el ángulo correspondientes miden 3 cm y  $60^\circ$ , respectivamente.



**Caso 2.** Los lados de un triángulo miden 4 cm, 6 cm y 7 cm; los lados del otro triángulo miden 8 cm, 12 cm y 14 cm, y no se sabe nada de las medidas de los ángulos.



**Caso 3.** Los tres ángulos de los dos triángulos miden  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ , y no se sabe nada de las medidas de los lados.



**Caso 4.** Dos lados de un triángulo miden 4 cm y 6 cm, y el ángulo comprendido entre ellos mide  $77^\circ$ . En el segundo triángulo los lados correspondientes miden 8 y 12 cm, y el ángulo entre ellos mide  $77^\circ$ .



**Caso 5.** Dos lados de un triángulo miden 4 cm y 6 cm, y dos lados del otro triángulo miden 8 cm y 12 cm.



**Caso 6.** Los dos triángulos tienen un ángulo igual a  $60^\circ$ .

Organícense al interior del equipo para trazar en sus cuadernos los triángulos con las condiciones indicadas en cada uno de los incisos anteriores y verifiquen sus respuestas. En caso de que estén equivocadas, corrijan lo que sea necesario.



Comparen sus respuestas y argumentos con sus compañeros de grupo e identifiquen los tres casos en que los triángulos son semejantes.

## SESIÓN 2

# CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS I

### >>> Para empezar



En **Matemáticas II** aprendiste tres criterios de congruencia de triángulos, anótalos.




---



---



---



---

En el caso de la semejanza, ¿existirán criterios de semejanza de triángulos?; si piensas que sí, da al menos un ejemplo.

### >>> Consideremos lo siguiente



Anoten ✓ a los que crean que son criterios para establecer que dos triángulos son siempre semejantes. Recuerden que para ser un criterio la o las condiciones deben garantizar que los triángulos siempre son semejantes.

Dos triángulos son semejantes si:	¿Es un criterio de semejanza de triángulos?	Hagan un dibujo para ejemplificar su respuesta
Tienen igual uno de sus ángulos		
Sus lados correspondientes son proporcionales		
Sus ángulos correspondientes son iguales		
Dos lados correspondientes son proporcionales		



Comparen sus respuestas y argumentos con sus compañeros de grupo.