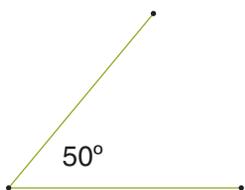


>>> Manos a la obra



En cada actividad pueden repartirse entre los miembros del equipo los trazos que se piden.

- I. Se han empezado a trazar dos triángulos. El ángulo entre dos de sus lados mide 50° .



- Terminen de trazar los triángulos.
- ¿Son semejantes? _____
- Argumenten su respuesta: _____

- II. Tracen en su cuaderno dos triángulos cuyos lados midan:

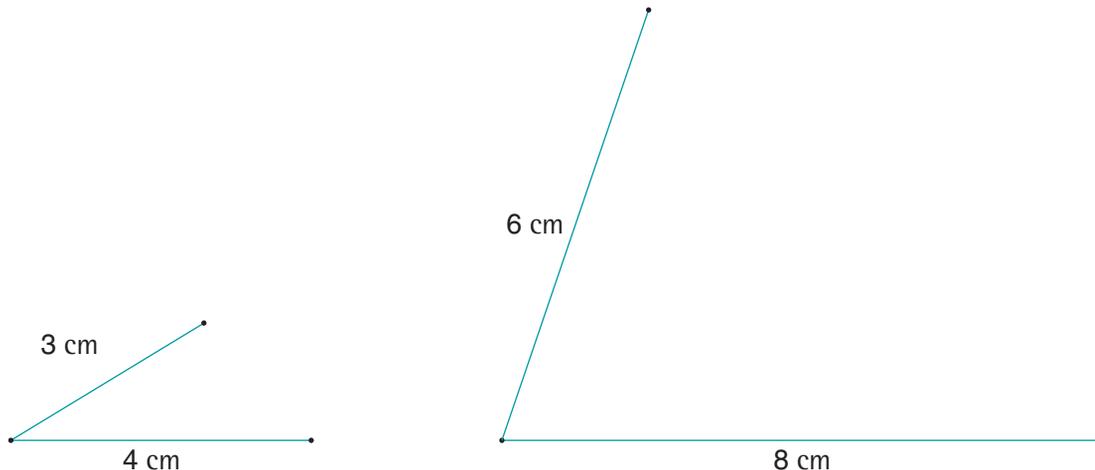
- 4 cm, 6 cm y 8 cm, para el triángulo A
- 2 cm, 3 cm y 4 cm, para el triángulo B

- ¿Los lados del triángulo A son proporcionales a los del triángulo B? _____
 Argumenten su respuesta: _____

- Midan los ángulos de los dos triángulos. ¿Qué notan? _____
- ¿Son semejantes los dos triángulos? _____
 Argumenten su respuesta: _____

- Construyan un triángulo cuyos lados sean proporcionales a los de los triángulos A y B. Midan sus lados. ¿Podrán construir un triángulo cuyos lados sean proporcionales a los lados de los triángulos A y B, y cuyos ángulos sean diferentes a los de estos triángulos?

III. En cada caso se tienen dos lados de un triángulo que no se ha terminado de trazar:



a) ¿Las dos medidas que se dan de un triángulo son proporcionales a las del otro?

b) Terminen de trazar los triángulos. ¿Son semejantes? _____ Argumenten su respuesta: _____

IV. Tracen en su cuaderno dos triángulos A y B, de diferente tamaño pero cuyos ángulos midan 30° , 60° y 90° .

a) Midan sus lados, ¿son proporcionales los lados correspondientes? _____

Argumenten su respuesta: _____

b) ¿Son semejantes los dos triángulos? _____

¿Cómo lo saben? _____

c) Construyan un triángulo C, cuyos ángulos midan 30° , 60° y 90° . Midan los lados, ¿son proporcionales a los de los triángulos A y B?

d) ¿Podrán construir un triángulo cuyos ángulos midan 30° , 60° y 90° , y cuyos lados no sean proporcionales a los de los triángulos A y B? _____



Comparen sus respuestas y argumentos con sus compañeros de grupo.

>>> A lo que llegamos

En la secuencia 10 aprendieron que para que dos polígonos sean semejantes deben tener:

- Los lados correspondientes proporcionales.
- Los ángulos correspondientes iguales.

En el caso de los triángulos, los criterios de semejanza permiten fijarnos en menos datos para estar seguros de que los triángulos son semejantes.

Basta que se cumpla sólo una de las siguientes condiciones:

Sus lados correspondientes son proporcionales,

o bien:

Sus ángulos correspondientes son iguales.

CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS II

SESIÓN 3

>>> Consideremos lo siguiente



Anoten ✓ al que crean que es otro criterio para establecer que dos triángulos son semejantes y argumenten su respuesta. Recuerden que para ser un criterio válido las condiciones deben garantizar que los triángulos son semejantes.

Dos triángulos son semejantes si:	¿Es un criterio de semejanza de triángulos?	Argumenten sus respuestas. Pueden hacer dibujos si lo consideran necesario o dar un ejemplo cuando crean que no es criterio.
Tienen igual uno de sus ángulos y uno de sus lados.		
Tienen un ángulo igual comprendido entre dos lados que son proporcionales a sus correspondientes en el otro triángulo.		



Comparen sus respuestas y argumentos con sus compañeros de grupo.

>>> Manos a la obra



Cada uno haga lo siguiente en su libro sin ver lo que hace su compañero:

- I. Consideren que el segmento abajo trazado es uno de los lados de un triángulo. Terminen de trazar el triángulo de tal manera que contenga un par de lados que formen un ángulo de 120° .



Cuando hayan terminado comparen los triángulos trazados por todos.

- a) ¿Son semejantes? _____
- b) Argumenten su respuesta: _____
- c) Dos triángulos tienen un lado igual y un ángulo igual, ¿creen que necesariamente son semejantes? _____ ; ¿cómo lo saben? _____

- II. Tracen en su cuaderno tres triángulos con las medidas indicadas:

- Un lado de 4 cm, otro de 6 cm y el ángulo comprendido entre ellos de 60° .
- Un lado de 8 cm, otro de 12 cm y el ángulo comprendido entre ellos de 60° .

- a) Midan el tercer lado en cada triángulo. ¿Los lados de uno de los triángulos son proporcionales a los lados del otro triángulo? _____

Argumenten su respuesta: _____

- b) Midan los ángulos de los dos triángulos. ¿Qué notan? _____

- c) ¿Son semejantes los dos triángulos? _____

Argumenten su respuesta: _____

- d) Construyan un triángulo con un ángulo de 60° comprendido entre dos lados que sean proporcionales a 4 cm y 6 cm, ¿el triángulo construido es semejante a los anteriores?; ¿podrán construir un triángulo con estas condiciones (un ángulo igual comprendido entre dos lados que sean proporcionales a sus correspondientes en el otro triángulo) que no sea semejante a los anteriores?

>>> A lo que llegamos

Otro criterio de semejanza de triángulos es el siguiente:

Dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual comprendido entre dos lados que son proporcionales a sus correspondientes en el otro triángulo.

Observen que, nuevamente, tampoco es necesario conocer todos los datos del triángulo para afirmar que son semejantes.



En el recuadro se enunció el tercer criterio de semejanza de triángulos que, junto con los dos que estudiaron en la sesión 2, son los tres criterios de semejanza de triángulos. Hagan un resumen en su cuaderno de los tres criterios e ilústrenlo con triángulos semejantes que cumplan las condiciones dadas en cada uno.

CÁLCULO DE DISTANCIAS

SESIÓN 4

>>> Lo que aprendimos



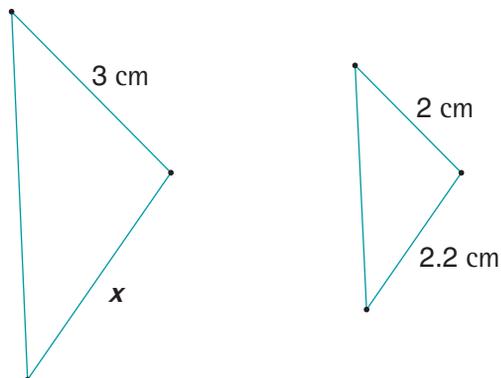
Una de las aplicaciones más útiles de la semejanza de triángulos es la de medir distancias inaccesibles a la medición directa.



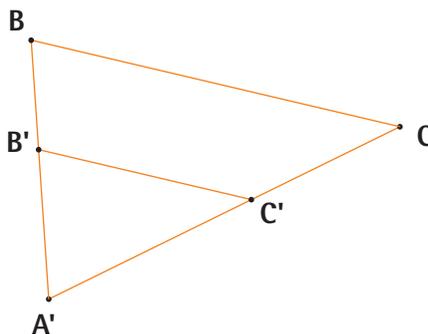
Resuelvan los siguientes problemas.



1. Los triángulos son semejantes, ¿cuánto vale x ? _____



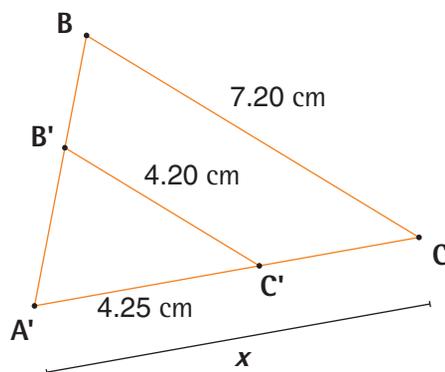
2. En la siguiente figura, si el segmento $B'C'$ es paralelo al segmento BC , entonces los triángulos ABC y $AB'C'$ son semejantes. ¿Cuál criterio de semejanza garantiza esto? _____



Pista:

Recuerden las relaciones entre los ángulos entre paralelas

3. En la siguiente figura, el segmento $B'C'$ es paralelo al segmento BC , ¿cuánto vale x ?



4. Una abuelita que mide 1.55 m lleva un bastón de 1 m . Si el bastón proyecta una sombra de 0.80 m , ¿cuánto mide la sombra de la abuelita? _____

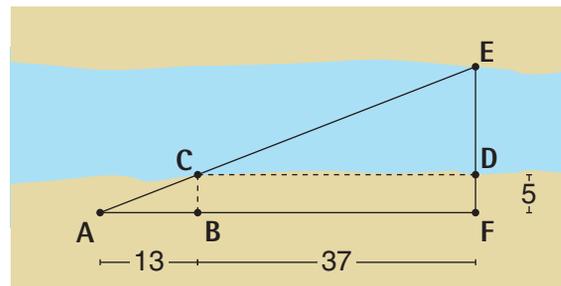


5. Juan está junto al asta bandera de su escuela, mide las sombras y se da cuenta de que la sombra del asta es $\frac{7}{2}$ la de él. Si él mide 1.60 m , ¿cuál es la altura del asta? _____



6. Hagan lo siguiente:
- Consigan una vara (palo, bastón, etc.); midan su longitud.
 - En algún momento que haya sol, salgan al patio, pongan la vara perpendicular al piso y midan la sombra que proyecta.
 - Elijan un objeto alto cuya altura deseen calcular: un árbol, el asta bandera, el alto de la canasta de basquetbol, etcétera.
 - Midan la sombra que proyecta ese objeto.
 - Con esos datos calculen la altura del objeto.

7. Consideren el siguiente dibujo en el que los segmentos **EF** y **CB** son perpendiculares a la orilla del río y el segmento **CD** es paralelo al segmento **BF**.

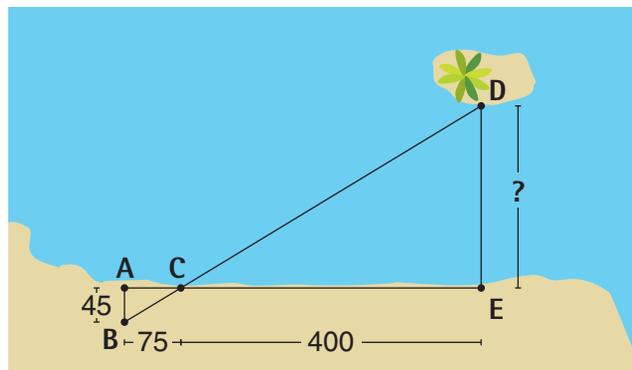


a) ¿Son semejantes los triángulos **ABC** y **CDE**? _____

Argumenten su respuesta: _____

b) ¿Cuánto mide de ancho el río? _____

8. En la siguiente figura consideren que $\overline{AB} \perp \overline{AE}$ y $\overline{DE} \perp \overline{AE}$. ¿A qué distancia se encuentra la isla de la orilla? _____



9. Se tienen dos triángulos **ABC** y **HKM** y se sabe que $\angle A = \angle H$ y que $\angle B = \angle K$.

a) ¿El tercer ángulo también es igual? _____

b) ¿Cómo lo saben? _____

c) ¿Los dos triángulos son semejantes? _____

d) ¿Cómo lo saben? _____

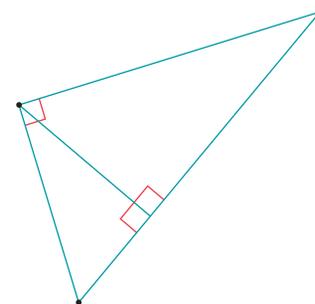
10. Se traza la altura correspondiente al lado mayor de un triángulo rectángulo: observen que se forman dos triángulos dentro del triángulo original.

a) ¿Son semejantes los dos triángulos que se forman? _____

Argumenten su respuesta: _____

b) Alguno de estos triángulos, ¿es semejante al triángulo original? _____

Argumenten su respuesta: _____



>>> Para saber más

Sobre la semejanza de triángulos, consulten:
http://descartes.cnice.mecd.es/materiales_didacticos/Semejanza_aplicaciones/triangelos_semejantes.htm
 [Fecha de consulta: 1 de abril de 2008].
 Proyecto Descartes. Ministerio de Educación y Ciencia. España.



Índices

En esta secuencia aprenderás a interpretar y utilizar índices para explicar el comportamiento de diversas situaciones.

SESIÓN 1

EL ÍNDICE NACIONAL DE PRECIOS AL CONSUMIDOR

>>> Para empezar



¿Cómo han variado los precios de los alimentos, la ropa, los zapatos y el transporte, durante el año? Con frecuencia esta información la encontramos en la sección financiera de los periódicos y en los noticieros. La presentan generalmente mediante porcentajes, a los que se les llama índices de precios.

>>> Consideremos lo siguiente



Para contestar las preguntas y completar la tabla de los incisos, lean el siguiente artículo publicado el 23 de febrero de 2007 en un periódico de circulación nacional, con los datos del aumento del precio de la tortilla y su repercusión en el Índice Nacional de Precios al Consumidor en la primera quincena de ese mes.

El aumento del precio de la tortilla sigue afectando la inflación: Banco de México

ROBERTO GONZÁLEZ AMADOR

El alza en el precio de alimentos y de algunos bienes ofrecidos por el sector público dispararon la inflación en la primera quincena de febrero, reportó este jueves el Banco de México (BdeM). Aunque ha perdido relevancia en la discusión pública durante los últimos días, la variación en el costo de la tortilla sigue afectando el comportamiento inflacionario, según el organismo.

El Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC), indicador que mide la inflación, repuntó en la primera quincena de este mes 0.14 por ciento, el doble del nivel registrado en el mismo periodo de 2006. Según el reporte, el precio de la tortilla ha mostrado un comportamiento del todo inestable en los últimos días. En la quincena reportada, la inflación promedio de la tortilla fue de 16.1 por ciento, una variación anual que fue superior en 114 veces a la reportada por el INPC.

El promedio general es sólo una muestra de lo ocurrido en diferentes regiones del país. El banco central reportó que en la primera quincena de febrero la variación del

precio de la tortilla de maíz en Torreón, Coahuila, fue de 29.84 por ciento, 13.7 puntos arriba del promedio nacional. La segunda variación más alta ocurrió en Cuernavaca, Morelos, con 28.35 por ciento; y la tercera en Jacona, Michoacán, con 26.15.

En cambio, en varias localidades la variación de precio en la quincena fue inferior al promedio nacional. Fue el caso de Tepic, Nayarit, con un incremento en el periodo de 2.4 por ciento; Ciudad Jiménez, Chihuahua, con 3.22 por ciento; y Tijuana, Baja California, con 3.35 por ciento.

Además de la medición del INPC, el banco central hace otros ejercicios para determinar el comportamiento de los precios. Es el caso del "índice subyacente", que se obtiene eliminando del cálculo del INPC los bienes y servicios cuyos precios son más volátiles, lo que permite una aproximación a las tendencias de mediano plazo de la inflación.

En la primera quincena de este mes el "índice subyacente" se incrementó 0.23 por ciento, arriba del 0.21 por ciento en el mismo periodo de 2006. Mientras, el "índice no subyacente", donde se incorporan los precios más volátiles, disminuyó en la quincena 0.03 por ciento, cuando

en el periodo comparable del año anterior lo había hecho 0.22 por ciento.

Esta menor disminución fue lo que explicó la mayor parte del repunte de la inflación general. Particularmen-

te obedeció a menores reducciones que las observadas en 2006 en algunos precios administrados (que provee el sector público) y frutas y verduras.

Fuente: Roberto González Amador. "El aumento del precio de la tortilla sigue afectando la inflación: Banco de México", *La Jornada*, 23 de febrero de 2007, [recuperado el 2 de abril de 2008 de <http://www.jornada.unam.mx/2007/02/23/index.php?section=economia&article=022n2eco>].

- a) De acuerdo con el artículo anterior, ¿qué es lo que mide el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC)? _____
- b) ¿Cuál fue el valor del repunte del INPC durante la primera quincena de febrero 2007? _____
- c) ¿Y cuál fue el valor del repunte del INPC en ese mismo periodo pero en el año 2006? _____
- d) Completen la siguiente tabla con la información de la variación del precio de la tortilla que aparece en el artículo.

	Variación del precio de la tortilla durante la primera quincena de febrero de 2007 (en porcentaje)
Torreón, Coahuila	
Cuernavaca, Morelos	
Jacona, Michoacán	
Tepic, Nayarit	
Ciudad Jiménez, Chihuahua	
Tijuana, Baja California	

- e) Supongan que el precio promedio del kilogramo de tortilla, durante la primera quincena de febrero, fue de \$8.50, ¿cuánto costó el precio del kilogramo de tortilla en Torreón en ese mismo periodo? _____
- f) ¿Cuáles son los diferentes índices a que hace referencia el artículo? _____
- g) Anoten una en cada caso si la afirmación es verdadera o falsa:
- El INPC puede utilizarse para mostrar la variación en el precio de algunos productos como el de la tortilla. (V) (F)
- El aumento de la inflación durante la primera quincena de febrero de 2007 fue del doble con respecto a febrero de 2006. (V) (F)
- La principal causa del aumento en el valor de la inflación en ese periodo se atribuye a la variación en el precio de la tortilla. (V) (F)

>>> Manos a la obra



I. A continuación se presenta otra noticia relacionada con el INPC que apareció el 20 de septiembre de 2007; léanla y respondan las siguientes preguntas.

Antes de que entre en vigor el impuesto a la gasolina ya aumentaron alimentos, luz y otros

En 9 meses el actual gobierno encareció 34.17% los básicos

Signif ca 7.5 veces el aumento a los salarios

Desde diciembre la gasolina subió 3.5%

ROBERTO GONZÁLEZ AMADOR

En apenas nueve meses y medio de la actual administración federal, el precio promedio de los productos que integran la canasta básica de consumo registró un incremento de 34.17 por ciento, 7.5 veces el aumento a los salarios concedido a los trabajadores en enero de 2007, según reportes oficiales.

Se trata de un alza de precios que comenzó con la tortilla al comienzo del año, continuó esta semana con el alza al pan blanco, y que tenderá a mantenerse en cuanto comience el ajuste al costo f nal de la gasolina, que ya fue autorizado en el Congreso y cobrará vigencia en cuanto sea publicado por el Ejecutivo en el *Diario Oficial de la Federación*.

Desde diciembre de 2006, el precio de los 43 productos que integran la canasta básica de consumo (INPC) ha subido en proporciones que superan con creces al repunte de la inflación general, que oficialmente es de 4.2 por ciento anual, con excepción del de la cebolla, que ha disminuido.

Esto ha ocurrido en un entorno en que el costo de la gasolina se ha elevado, de diciembre de 2006 a la fecha, en un promedio de 3.5 por ciento para ambos tipos de combustibles que ofrece Petróleos Mexicanos: Magna y Premium, según datos de la propia empresa.

Organizaciones de consumidores y representantes de la oposición política al gobierno denunciaron en la última semana que el incremento al precio de la gasolina desataría una escalada de precios, como tradicionalmente ocurre en el país cuando se mueve la cotización del energético.

La legislación aprobada la semana pasada en la Cámara de Diputados por los partidos Acción Nacional y Revolucionario Institucional establece que, en cuanto entre en vigor el nuevo impuesto, el precio se elevará dos centavos por mes durante un año y medio. Es decir, 36 centavos desde el valor actual. El Banco de México estimó que la aplicación gradual del impuesto al consumo de gasolina tendrá un impacto mínimo en el Índice

Nacional de Precios al Consumidor, indicador que mide el comportamiento de la inflación.

Aun antes de que el efecto del nuevo precio de la gasolina se comience a expresar en la lista de precios de los productos de mayor consumo, las variaciones ocurridas en los últimos meses ya han superado con creces el aumento otorgado a los salarios.

En enero, el salario mínimo general tuvo un incremento de 4.1 por ciento. A mediados de este año, según el Banco de México, el incremento promedio en los salarios contractuales era de 4.26 por ciento y de 4.75 por ciento en el caso del aumento de los emolumentos en el sector manufacturero.

El incremento en las percepciones representa una fracción del alza registrada en el precio de los bienes de consumo básico, aun antes de que se comience a registrar el impacto de las gasolinas. Aunque los promotores del nuevo impuesto aseguran que no debe tener un impacto inflacionario, en comercios han comenzado a observarse algunas variaciones.

Desde diciembre de 2006 y hasta el 15 de septiembre pasado, el precio promedio de la canasta básica se elevó en 34.17 por ciento, mientras el costo promedio de los alimentos considerados en ese universo repuntó 36.01 por ciento, estableció una medición de la Procuraduría Federal del Consumidor y de la Secretaría de Economía.

Algunos ejemplos son: en diciembre de 2006 el precio de un kilogramo de harina de trigo era de 5.25 pesos, que creció la semana pasada a 10.50 pesos, un alza de 100 por ciento; el pan de caja en presentación de 680 gramos elevó su costo, en el mismo periodo, de 13.90 a 19.7 pesos, esto es, 41.6 por ciento. Ambos movimientos son consistentes con el alza en el precio internacional del trigo.

Fuente: Roberto González Amador. "En 9 meses el actual gobierno encareció 34.17% los básicos", *La Jornada*, 20 de septiembre de 2007, [recuperado el 2 de abril de 2008 de <http://www.jornada.unam.mx/2007/09/20/index.php?section=economia&article=033n1eco>].

- Según la noticia del periódico, ¿cuántos son los productos que se consideran parte de la canasta básica? _____
- De diciembre de 2006 a la fecha en que se publica el artículo, ¿cuál es el repunte de la inflación general? _____

- c) ¿Y cuál es el aumento promedio que ha tenido la gasolina en ese mismo periodo?

- d) ¿Por qué creen que organizaciones de consumidores consideran que afectaría el aumento del precio de la gasolina al INPC? _____
- e) Completen la siguiente tabla:

Productos	Presentación del producto	Precio del producto en \$		Precio del producto en la primera quincena de septiembre de 2007 comparado con diciembre de 2006	
		Diciembre 2006	15 septiembre 2007	Porcentaje	Variación
Tortilla*	(kg)	6.00	8.50	141.6	41.6
Harina					
Pan de caja					

*Datos que corresponden a la Ciudad de México.

Fuente: Sistema Nacional de Información e Integración de Mercados (SNIIM). Secretaría de Economía.

- f) Supongan que únicamente los tres productos de la tabla se consideran para calcular el Índice Nacional de Precios al Consumidor, ¿cuál sería el porcentaje promedio del precio de estos tres productos? _____
- ¿Y cuál sería la variación promedio del precio de los tres productos? _____
- g) ¿Cuál de los tres productos de la tabla tuvo un aumento mayor en su precio (expresado en porcentaje) que el porcentaje promedio de diciembre de 2006 al 15 de septiembre de 2007? _____
- _____

>>> A lo que llegamos

El porcentaje promedio del precio de esos tres productos es un índice y se puede utilizar como referencia para observar cuál ha sido su variación de diciembre de 2006 al 15 de septiembre de 2007.



II. Ahora a la tabla anterior agreguen la información acerca de la gasolina.

- a) ¿Qué dato anotarían en la columna de presentación del producto?

- b) ¿Cuál sería el INPC considerando estos cuatro productos? _____
- c) Supongan que a partir de la información anterior tienen que elaborar una nota periodística. Redacten una frase que pudiera servir como encabezado para esa nota.

>>> A lo que llegamos

El índice es un número, que puede estar en forma de porcentaje, mediante el cual se resume o expresa un conjunto de valores que corresponde a diversos elementos que intervienen en una situación y, también, se utiliza para establecer comparaciones dentro de esa situación. Un ejemplo de este tipo de índice es el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) que es un indicador económico; su finalidad es medir a través del tiempo la variación de los precios de un conjunto de bienes y servicios representativos del consumo de los hogares mexicanos. El INPC es el indicador oficial de la inflación en México.

SESIÓN 2

ÍNDICES EN LA ESCUELA

>>> Para empezar

Los índices no sólo se utilizan en la economía y las finanzas. También se usan en muchas otras áreas, por ejemplo, en la educativa, para describir el comportamiento de diversos fenómenos. Algunos ejemplos son el índice de reprobación, de deserción (alumnos que no concluyen sus estudios) y de eficiencia terminal (alumnos que concluyen sus estudios en tiempo y forma). Estos índices son los más representativos en relación con el éxito o fracaso escolar.

>>> Consideremos lo siguiente

A partir del ciclo escolar 1993-1994, la educación secundaria es parte de la educación básica en México, es decir, es obligatoria. La siguiente tabla muestra el número de alumnos que ingresaron a secundaria (matrícula) en el ciclo escolar 1993-1994; tomamos como referencia este dato para comparar la matrícula del ciclo 2000-2001 y obtener su variación. Continúen considerando la matrícula del ciclo escolar 1993-1994 como referente para comparar los otros ciclos escolares y completen la tabla.

Matrícula escolar en educación secundaria – Tabla 1

Ciclo escolar	Matrícula (en miles de alumnos)	Porcentaje	Variación de la matrícula en porcentaje
1993-1994	4 340	100.00	0
2000-2001	5 350	123.27	23.27
2001-2002	5 480		
2002-2003	5 660		
2003-2004	5 780		
2004-2005	5 894		

Fuente: SEP. Estadísticas Básicas del Sistema Educativo Nacional

¿Cuál es el porcentaje en que aumentó la matrícula del ciclo escolar 2004-2005 con respecto de la matrícula del ciclo escolar 1993-1994? _____

Si utilizan la información del ciclo escolar 2004-2005, ¿cuántos alumnos se espera que estuvieran inscritos en el ciclo 2005-2006? _____ ¿Por qué?

>>> Manos a la obra

I. Utilicen los datos de la tabla anterior para contestar las siguientes preguntas. Pueden usar calculadora para realizar las operaciones.

- En el ciclo escolar 1993-1994, ¿cuál fue la matrícula de alumnos? _____
- Completen la siguiente tabla para conocer la variación que ha tenido la matrícula de alumnos de secundaria en los ciclos escolares a partir del ciclo escolar 1993-1994.

Tabla 2

Ciclo escolar	Matrícula (en miles de alumnos)	Diferencia = matrícula – matrícula en el ciclo 1993-1994	% de diferencia = (diferencia / matrícula en el ciclo 1993-1994) × 100
1993-1994	4 340	0	0
2000-2001	5 350	1 010	$(1\ 010 \div 4\ 340) \times 100 = 23.27$
2001-2002	5 480		
2002-2003	5 660		
2003-2004	5 780		
2004-2005	5 894		

- Observen en la tabla que el ciclo escolar 1993-1994 muestra un valor de 0. ¿Qué representa este valor? _____
- Comparen el porcentaje de diferencia que obtuvieron para el ciclo escolar 2000-2001 con el de la columna Variación de la matrícula en porcentaje de la tabla 1 del apartado *Consideremos lo siguiente*, ¿son iguales o diferentes? _____ ¿Por qué? _____
- De acuerdo con los resultados que obtuvieron, completen la siguiente conclusión:

Desde el ciclo escolar 1993-1994 hasta el ciclo escolar 2003-2004, la matrícula de alumnos ha _____, según se observa el porcentaje fue _____ con una variación de _____

En el ciclo escolar 2004-2005, el porcentaje fue de _____ con respecto al ciclo escolar 1993-1994. La variación fue de _____

- ii. Si ahora consideran como referente la matrícula del ciclo escolar 2003-2004, es decir, el número de alumnos inscritos en educación secundaria 10 años después de ser obligatoria, ¿qué porcentaje representan los números de alumnos que se han inscrito en los demás ciclos escolares? Anótenlos en la siguiente tabla:

Ciclo escolar	Matrícula (en miles de alumnos)	Porcentaje	Variación
1993-1994	4 340		
2000-2001	5 350		
2001-2002	5 480		
2002-2003	5 660		
2003-2004	5 780	100.0	0.0
2004-2005	5 894	101.9	1.9

- a) Observen en la tabla que el ciclo base o de referencia muestra un porcentaje de 100. ¿Por qué? _____
- b) En el ciclo escolar 2004-2005 se muestra un porcentaje de 101.9, ¿qué significa ese valor? _____ ¿Y qué significa el valor de 1.9?

- c) ¿En algún ciclo escolar el porcentaje es menor que 100? _____ ¿Por qué?

- d) De acuerdo con la matrícula del ciclo escolar 2003-2004, ¿qué porcentaje representa el número de alumnos que se inscribieron en el ciclo escolar 1993-1994?

>>> A lo que llegamos

Cuando se comparan dos cantidades del mismo tipo pero medidas en distintos lugares, momentos o circunstancias, se obtiene un **índice simple**. Para calcular el valor de un índice simple se divide el valor que se quiere comparar entre un valor que se toma como referencia, llamado **base**. Si el índice simple se quiere expresar en forma de porcentaje, ese cociente se multiplica por 100.

III. La siguiente tabla muestra el número de alumnos reprobados en secundaria en el ciclo escolar 2003-2004 en algunos estados del país, encuentren el índice de reprobación en cada estado.

Estado	Alumnos reprobados (en miles)	Matrícula (en miles de alumnos)	Índice de reprobación (en %)
Aguascalientes	6.5	62	
Coahuila	10.3	135	
Chiapas	14.2	249	
Guerrero	16.9	181	
Hidalgo	9.0	155	
Nayarit	2.4	56	
Yucatán	16.7	102	
Nacional	555	5 780	9.6

- Escriban cómo se podría comparar el número de alumnos reprobados con respecto a la matrícula de alumnos, en cada caso. _____

- ¿En qué estado fue mayor el porcentaje de reprobación? _____
- ¿Coincide con el estado que tiene el mayor número de alumnos reprobados?

¿Por qué? _____

- Con respecto al porcentaje de reprobación nacional, ¿cuáles estados tienen un porcentaje mayor a éste? _____

Entre otros fines, se utiliza esta información para valorar la necesidad de reforzar los contenidos educativos y programas complementarios para disminuir estos índices.

SESIÓN 3

¿QUIÉN ES EL PELOTERO MÁS VALIOSO?

>>> Para empezar



El beisbol es un deporte que se juega con una bola dura y un *bat* entre dos equipos de nueve jugadores cada uno. Un partido de beisbol se divide en nueve periodos de juego, cada uno de los cuales se llama entrada o *inning*. El equipo que anote más carreras a lo largo de las nueve entradas gana el partido. El juego comienza cuando un jugador llamado lanzador o *pitcher*, lanza la bola hacia el bateador del equipo contrario quien intenta batear (golpear con el *bat*) la bola hacia el interior del terreno de juego. Los jugadores anotan carreras bateando la bola y corriendo alrededor de una serie de 4 bases, antes de que les elimine algún jugador de campo del equipo contrario. Si un bateador alcanza una base bateando una bola de forma que los jugadores del equipo contrario no consigan atraparla con éxito, el jugador ha conseguido un *hit*, y el corredor intenta avanzar, sin que le eliminen, el mayor número de bases posible. El *hit* con el que el bateador consigue alcanzar la segunda base se llama doble; con el que alcanza la tercera, se llama triple. Si un jugador al batear la bola sale volando por encima de la zona de juego y cae fuera de los límites es un cuadrangular o *homerun*.

Las entradas están divididas en dos mitades, llamadas principio y final de entrada. Durante el principio de una entrada, un equipo batea mientras el otro está en el campo. Cuando el equipo que batea tenga tres jugadores eliminados, los dos equipos intercambian sus papeles y comienza el final de una entrada. Si el resultado permanece empatado al final de nueve entradas, los dos equipos continúan jugando hasta que, al final de una o más entradas suplementarias, uno de los dos anote más carreras que el otro.

En el caso del beisbol, como en muchos otros, hay situaciones que se miden a partir de varios índices, cada uno de los cuales determina un aspecto diferente de la situación. Por ejemplo, para medir el rendimiento de un jugador de beisbol se necesita conocer la frecuencia, calidad y oportunidad de los *hits* que "conecta". Para conocer más sobre este deporte puedes consultar la página de internet que se señala en el apartado *Para saber más*.

>>> Consideremos lo siguiente



La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos por tres jugadores de beisbol.

Tabla 1

Jugador	Número de turnos al bat	Número de hits				Número de bases alcanzadas	Número de carreras empujadas
		Sencillos	Dobles	Triples	Cuadrangulares (homeruns)		
A	500	100	30	10	10	230	30
B	500	120	20	10	—	190	35
C	250	30	20	—	20	150	30

¿Cuál de los tres jugadores consideran que tiene mejor desempeño como beisbolista?

Justifiquen sus respuestas.

>>> Manos a la obra

- I. A la frecuencia relativa con que pega de *hit* un jugador se le llama promedio de bateo (PB) y es la razón entre el número de *hits* (sencillos, dobles, triples y cuadrangulares) y el número de turnos al *bat*. En la siguiente tabla calculen el promedio de bateo de cada uno de los tres jugadores (se acostumbra utilizar tres cifras decimales para este promedio, por ejemplo, 0.270).

Tabla 2

Jugador	Número de turnos al <i>bat</i>	Número de <i>hits</i>					Promedio de bateo (Número total de <i>hits</i> / Número de turnos al <i>bat</i>)
		Sencillos	Dobles	Triples	Cuadrangulares (<i>homeruns</i>)	Total	
A	500	100	30	10	10		
B	500	120	20	10	—		
C	250	30	20	—	20		

- a) ¿Para tener un mejor promedio de bateo, inf uye el tipo de *hit* que se pegue? _____
 ¿Por qué? _____
- b) De acuerdo con la distribución del tipo de *hits* que ha dado cada beisbolista, ¿cuál jugador consideran que es mejor? _____
- c) ¿Cuál jugador tiene mejor promedio de bateo? _____
- II. El promedio de porcentaje de bateo efectivo (en inglés *slugging*) es el número de bases alcanzadas por un bateador entre sus turnos al *bat*. En la siguiente tabla calculen el promedio de bateo efectivo para los tres jugadores.

Tabla 3

Jugador	Número de turnos al <i>bat</i>	Número de bases alcanzadas	Promedio de bateo efectivo (número de bases alcanzadas / número de turnos al <i>bat</i>)
A	500	230	$[(100 \times 1) + (30 \times 2) + (10 \times 3) + (10 \times 4)] / 500 =$
B	500	190	
C	250	150	

- a) ¿Cuál es el jugador que tiene mejor promedio de bateo efectivo? _____
- b) ¿El jugador que tiene mejor promedio de bateo efectivo también tiene el mejor promedio de bateo (PB)? _____
- c) Expliquen por qué puede ocurrir esta situación _____

III. En el beisbol, con mucha frecuencia, al final de cada entrada (turno a batear de cada equipo), quedan corredores en alguna o algunas de las bases, indicación de que no todos los *hits* se convierten en anotaciones o carreras. Por lo que es muy valorado aquel beisbolista que es capaz de pegar de *hit* teniendo jugadores en alguna base con posibilidades de anotar una carrera. La oportunidad de un *hit* se mide con el índice de carreras empujadas, el cual se obtiene dividiendo el número de carreras empujadas por el jugador entre el número de *hits* que conectó. Completen la tabla 4 y calculen el índice de carreras empujadas.

Tabla 4

Jugador	Número de <i>hits</i>	Número de carreras empujadas	Índice de carreras empujadas (número de carreras empujadas / número de <i>hits</i>)
A	150	30	
B	150	35	
C	70	30	

- a) ¿Cuál es el jugador que tiene mejor índice de carreras empujadas? _____
- b) ¿El jugador que tiene mejor promedio de bateo efectivo y mejor promedio de bateo también tiene el mejor índice de carreras empujadas? _____ Expliquen por qué ocurre esta situación _____



IV. Completa la tabla 5 concentrando los indicadores de cada jugador que obtuvieron en las tablas anteriores.

Tabla 5

Jugador	Promedio de bateo	Promedio de bateo efectivo	Índice de carreras empujadas
A			
B			
C			

- a) De acuerdo con los resultados, ¿quién tiene el máximo promedio de bateo? _____
- b) ¿Quién tiene el máximo promedio de bateo efectivo? _____
- c) Si se consideran los tres porcentajes de cada jugador, ¿cuál jugador de beisbol consideran que es más valioso? _____

Justifiquen su respuestas.

>>> A lo que llegamos

Existen muchas formas de construir un índice; desde métodos muy sencillos, hasta aquellos que pueden combinar varios índices agregados.

- Los índices simples son los más utilizados debido a su sencillez. Para crearlos únicamente es necesario comparar el valor de la variable estudiada contra el valor que se utilizará como referencia o base.
- En otras ocasiones es necesario crear un índice que incluya un conjunto de productos. Para construir este tipo de índices es necesario conocer tanto el valor como la cantidad de cada producto. Su desventaja es que cuando se incluyen productos con distintas unidades de medida o existen grandes diferencias entre los valores de los productos, el valor del índice se afecta.

Existen situaciones en las que un solo índice puede ser útil para valorar una parte de la situación, pero es insuficiente para valorar la situación en toda su complejidad.

Por ejemplo, en el caso del beisbol se tienen tres índices, el porcentaje de bateo, porcentaje de bateo efectivo y el porcentaje de carreras empujadas. Sin embargo, aun tomados en conjunto, si se quiere comparar la capacidad ofensiva total de un jugador, se requiere considerar otros resultados como, por ejemplo, su habilidad de "robar bases".

Otro ejemplo, los cambios del costo de la vida en un determinado tiempo se miden en parte por el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC), pero sin duda también influyen otras cuestiones como los salarios, la posibilidad de acceder a salud y educación de manera gratuita, etcétera.



Uno de los deportes en que México ha tenido importantes representaciones es el de los clavados. Para determinar el ganador de una competencia de clavados, un conjunto de 8 jueces califican, por rondas, elementos objetivos y subjetivos de cada clavado.

MÁS SOBRE ÍNDICES

SESIÓN 4

1. Solicita al profesor o director que te proporcione la información sobre las estadísticas del ciclo anterior; completa con ella la siguiente tabla:

Grado	Inscripción *	Bajas	Altas **	Existencia = Inscripción – bajas + altas	Porcentaje de deserción *** = (Inscripción – existencia / inscripción) × 100
Primero					
Segundo					
Tercero					
Total					

* Inscripción: alumnos inscritos antes del 30 de septiembre.

** Altas: alumnos inscritos después del 30 de septiembre.

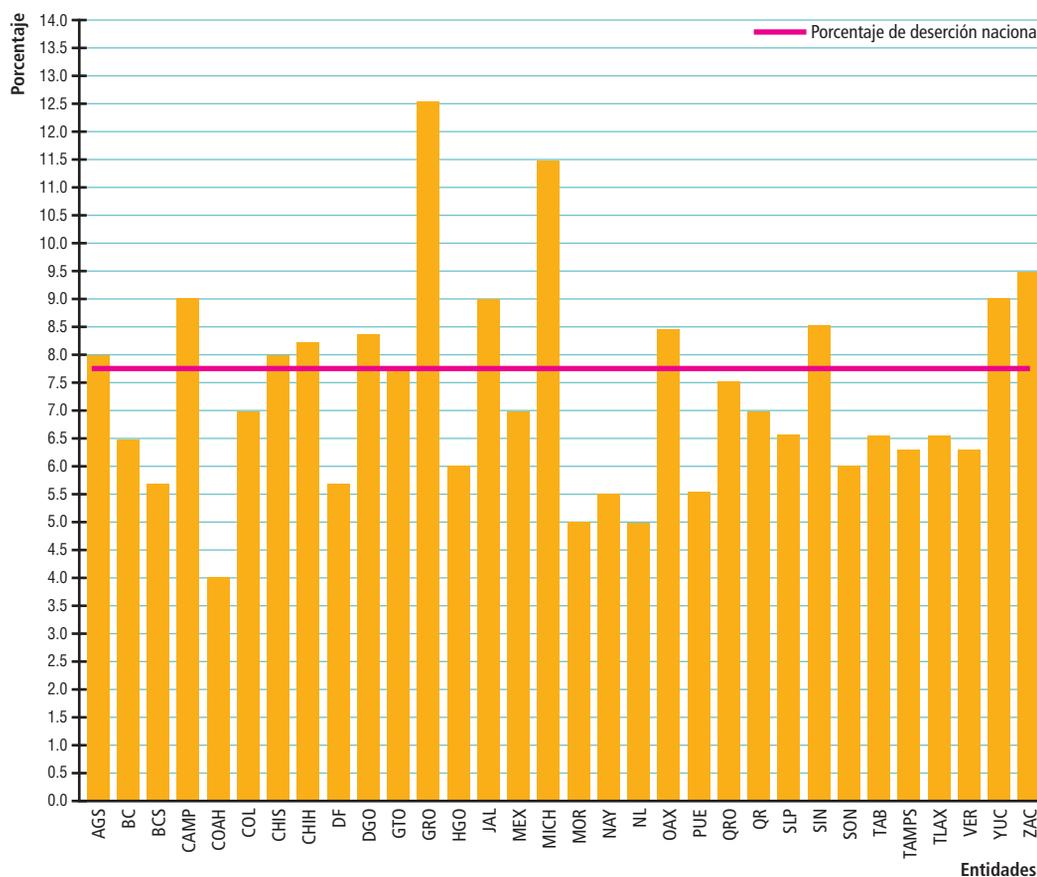
*** Deserción: alumnos que no concluyen sus estudios.

- a) ¿En qué grado o grados la existencia fue menor a la inscripción? _____
- b) Considera como base los resultados totales, ¿en algún grado el porcentaje de deserción fue mayor al del total? _____
- c) ¿Qué significa esta situación? _____



2. La siguiente gráfica corresponde al porcentaje de deserción en secundaria por estado en el ciclo escolar 2003-2004.

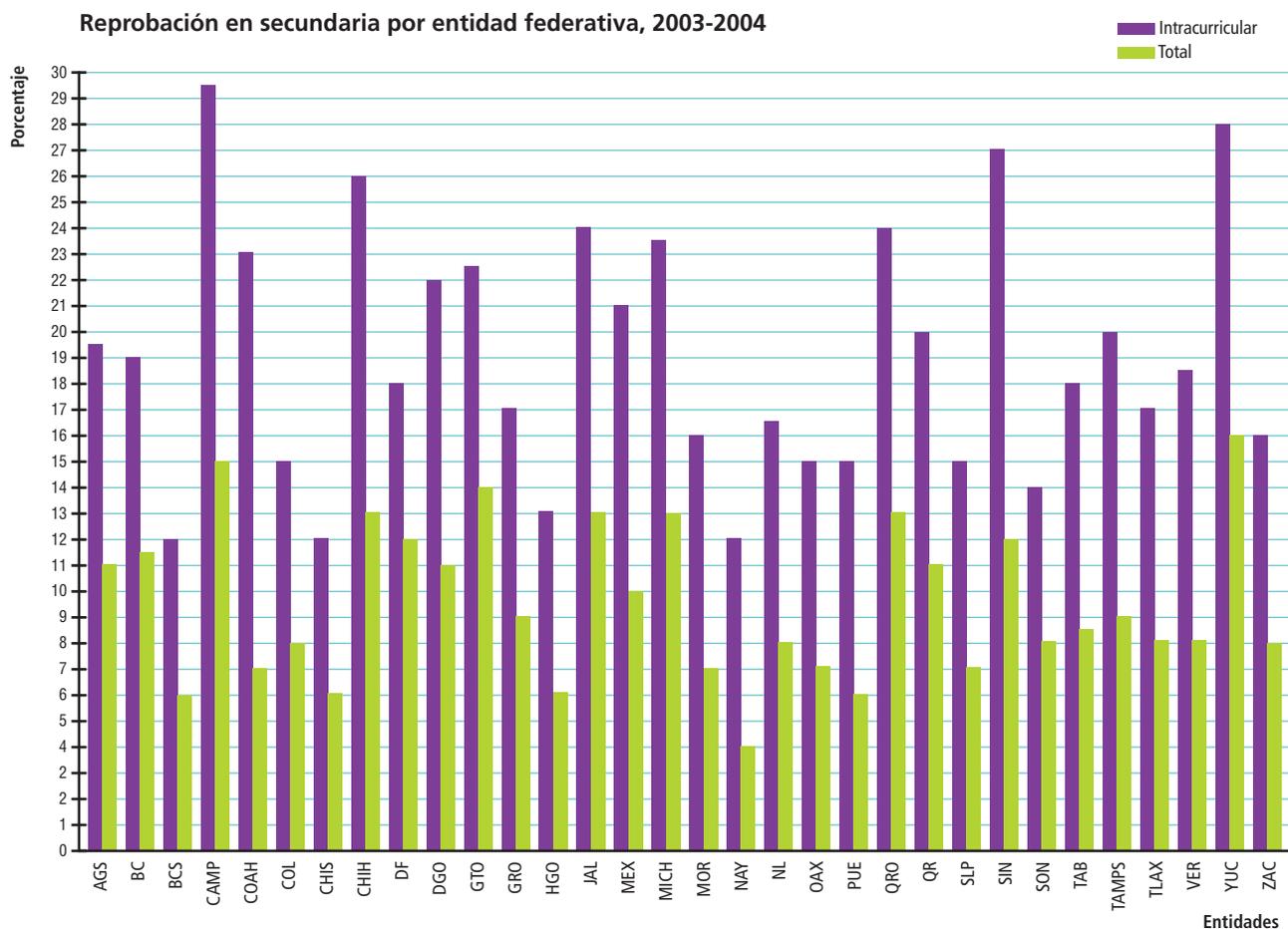
Deserción en secundaria por entidad federativa, 2003-2004



Fuente: SEP, estimaciones a partir de las *Estadísticas Básicas del Sistema Educativo Nacional*.

- a) ¿Cuál es el estado con mayor porcentaje de deserción escolar? _____
- b) ¿Y cuál es el estado con menor porcentaje de deserción? _____
- c) ¿Cuál es el porcentaje de deserción nacional en secundaria? _____
- d) Con respecto al porcentaje de deserción nacional, ¿cuántos estados están por arriba de él? _____
- e) ¿Cuántos estados están por debajo de él? _____

3. La siguiente gráfica muestra el índice de reprobación total del nivel secundaria y el índice de reprobación entre cada grado de ese nivel (se llama intracurricular).



Fuente: SEP, estimaciones a partir de las *Estadísticas Básicas del Sistema Educativo Nacional*.

- ¿Cuánto más aumentó la reprobación intracurricular con respecto a la reprobación total en Aguascalientes? _____
- ¿En qué entidad o estado la reprobación intracurricular fue mayor? _____
- ¿El estado con mayor reprobación total es el mismo que tiene mayor reprobación intracurricular? _____
- ¿Qué estado tiene la menor reprobación intracurricular? _____



4. Consideren los valores de los índices de deserción, de reprobación nacional y de reprobación intracurricular de los problemas 2 y 3 para contestar las siguientes preguntas:

- ¿Cuál consideran que es el estado que tiene mayores problemas en estos aspectos?
_____ ¿Por qué? _____

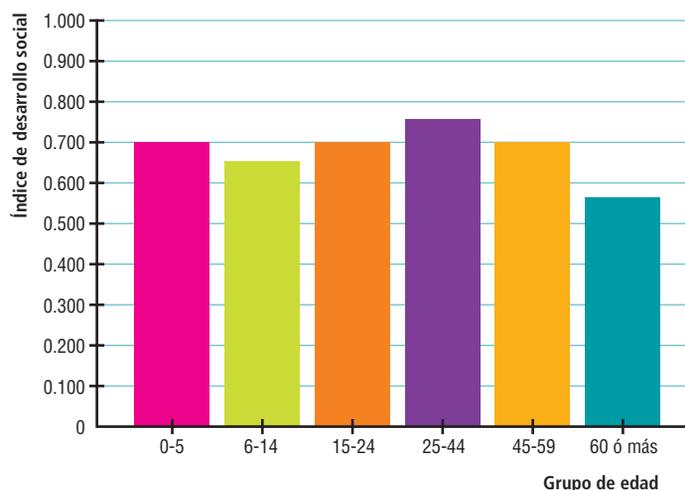
- b) Nuevamente, utilicen la información de los problemas 2 y 3. Comparen ese estado con respecto a la valores de los indicadores a nivel nacional, escriban una conclusión y preséntenla a su grupo.
- c) Observen los indicadores que corresponden al estado en que viven. Con respecto a los indicadores nacionales, ¿cómo se encuentran los indicadores de su estado, son superiores o inferiores? Describan cuál es la situación de los indicadores de su estado con respecto a los otros estados y a nivel nacional, y preséntenla a su grupo.

5. El Índice de Desarrollo Social (IDS) permite identificar contrastes y marcadas desigualdades entre los habitantes de una entidad, municipio o localidad. Se forma al considerar aspectos de educación, salud, trabajo y vivienda. Este índice se clasifica en cinco categorías:

Categoría	Valor del índice
Muy alto	0.875-1.0
Alto	0.750-0.874
Medio	0.625-0.749
Bajo	0.500-0.624
Muy bajo	Menos de 0.5

La siguiente gráfica muestra el índice de desarrollo social por grupo de edad.

Índices de desarrollo social por grupo de edad, 2000



Fuente: Estimación del Consejo Nacional de Población con bases en el XII Censo de Población y Vivienda, 2000.

- a) ¿Cuál grupo de edad tiene el mayor índice de desarrollo social? _____
 ¿En qué categoría se encuentra? _____
- b) ¿Cuál es el índice de desarrollo social de la población entre 6 y 14 años?
 _____ ¿En que categoría se encuentra? _____
- c) ¿Cuál es el menor índice de desarrollo social? _____

- d) ¿Cuál es el grupo de edad a que corresponde ese índice? _____
- e) ¿En qué categoría se encuentran? _____ ¿Por qué crees que este grupo de edad tiene menor índice de desarrollo social? _____



6. Vayan a una tienda cerca de su casa o escuela. Obtengan el precio y la presentación de cuatro productos que consideren básicos (por ejemplo: arroz, frijol, harina, aceite) u otros productos que el equipo decida. Anoten la fecha y regresen en un mes a preguntar por la misma información.

- a) ¿Qué problemas tuvieron para recolectar dicha información? _____
- b) ¿Ha cambiado el precio de esos productos? _____
- c) Utilicen un índice para expresar dichos cambios y escriban una conclusión.

>>> Para saber más



Sobre índices en la educación básica, consulten:

<http://sieeb.basica.sep.gob.mx>

Ruta 1: Estadística por servicio de la Educación Básica → Secundaria

Seleccionar según su interés el ciclo escolar, modalidad, nivel y sostenimiento.

Ruta 2: Reportes interactivos → estadística de la educación básica.

Seleccionar según su interés el ciclo escolar, nivel educativo, modalidad, Sostenimiento y entidad federal.

[Fecha de consulta: 1 de abril de 2008].

Sistema de Información de Estadística de la Educación Básica. SEP.

Sobre cómo se juega el beisbol, consulten:

http://www.ibaf.tv/es/index.php?option=com_content&task=view&id=22&Itemid=45

[Fecha de consulta: 1 de abril de 2008].

Federación Internacional de Beisbol.

Sobre el índice nacional de precios al consumidor, consulten:

<http://www.banxico.org.mx/inpc>

[Fecha de consulta: 1 de abril de 2008].

Ruta 1: INPC → Definición → Importancia → Papel del Banxico.

Ruta 2: Elaboración INPC → Medición → Proceso → Identificación → Obtención → Cálculo INPC.

Ruta 3: Cambio de base → Base de comparación → Importancia.

Sobre el índice de desarrollo social, consulten:

<http://www.conapo.gob.mx/publicaciones/desarrollo/001.pdf>

[Fecha de consulta: 1 de abril de 2008].

Consejo Nacional de Población.



Simulación

En esta secuencia aprenderás a resolver situaciones en las que interviene el azar mediante un proceso denominado **simulación**, que consiste en diseñar, para una situación aleatoria real, una segunda situación aleatoria cuyos eventos tengan la misma probabilidad de ocurrir que en la primera, con la ventaja de que en esta segunda situación podemos observar, calcular y utilizar los resultados para obtener información de la situación original.

SESIÓN 1

SIMULACIÓN

>>> Manos a la obra



1. Una compañía que vende paquetes de cereales busca incrementar sus ventas ofreciendo animales de plástico, uno por cada paquete. Son tres animales diferentes (elefantes, leones y jirafas) y se distribuyen de manera uniforme en las cajas de cereal de esa compañía. Si hoy comprara una caja de cereal de esa compañía, ¿cuál sería la probabilidad de que me toque un elefante?

Una opción sería comprar muchas cajas de cereal con base en las figuras de animales que salgan y realizar el cálculo. Otra, más económica consiste en utilizar alguno de los siguientes materiales y realizar con ellos una simulación de cuál animal de plástico podría salir en una de esas cajas de cereal.



1



2

- a) Completen las siguientes tablas:

Material:	Dado
Resultados posibles que pueden obtenerse al lanzar un dado	
¿Cuáles de los resultados posibles de lanzar un dado representarían que el animal de plástico que salió de la caja de cereal era un elefante?	
¿Cuáles corresponderían a una jirafa?	
¿Cuáles corresponderían a un león?	

Material:	Urna de canicas
Resultados posibles que pueden obtenerse al extraer una canica	
Entre una extracción y otra, ¿será necesario regresar la canica a la caja? ¿Por qué?	
¿Cuáles de los resultados posibles de extraer una canica representarían que el animal de plástico que salió de la caja de cereal era un elefante?	
¿Cuáles corresponderían a una jirafa?	
¿Cuáles corresponderían a un león?	



II. Ahora cada equipo seleccione el dado o la urna con canicas, y en su cuaderno anoten los resultados en una tabla como la siguiente. Realicen el experimento 50 veces.

Número de ensayo	Resultados	
	En la simulación con el material que seleccionaron	En la situación aleatoria

a) De acuerdo con los resultados que obtuvieron, ¿cuál fue el resultado que más veces apareció?

b) Según los resultados de este experimento de simulación, ¿cuál es la probabilidad frecuencial de que me toque una caja de cereal con un elefante?

Recuerden que:

La **probabilidad frecuencial** es un valor obtenido de la experiencia de algún fenómeno o experimento aleatorio que permite estimar a futuro un comportamiento. Sin embargo, no es definitiva, por lo que es importante saber interpretar los resultados que se obtienen.

La probabilidad frecuencial de un evento A , que se denotará $P(A)$, se obtiene dividiendo el número de veces que ocurre el evento entre el número total de veces que se realizó el experimento.

$$P(A) = \frac{\text{Número de veces que ocurre el evento}}{\text{Número de veces que se realiza el experimento}}$$



III. Consideren las condiciones del problema original:

Una caja de cereal puede contener un elefante de plástico o un león o una jirafa.

- a) Si la empresa distribuyó de manera uniforme esos animales de plástico en las cajas, ¿cuál es la probabilidad clásica de que al comprar una caja de cereal, ésta contenga un elefante de plástico? _____
- b) A partir de los resultados de la simulación con el dado, ¿cuál es la probabilidad frecuencial de que el animal de plástico que me toque en la caja de cereal sea un elefante? _____
- c) ¿Y si se consideran los resultados de la simulación con la urna de canicas? _____
- d) ¿Cuál de estos valores de las probabilidades frecuenciales (incisos b y c) es más cercano al valor de la probabilidad clásica (inciso a)? _____

Recuerden que:

Para obtener la **probabilidad clásica** de un evento no se requiere de la realización de experimentos, como en la probabilidad frecuencial, sino de conocer dos datos:

- El número de todos los resultados posibles que se pueden dar en una situación de azar.
- El número de resultados favorables de un evento de esa situación.

Se llama **probabilidad clásica** de un evento al número $P(e)$ que se obtiene por medio del cociente:

$$P(e) = \frac{\text{Número de resultados favorables del evento}}{\text{Número total de resultados posibles}}$$

>>> A lo que llegamos

La **simulación** consiste en diseñar, para una situación aleatoria real (problema), una situación aleatoria cuyos eventos tienen la misma probabilidad clásica de ocurrir que los de la primera situación, con la ventaja de que en la simulación podemos observar los resultados y calcular los valores de la probabilidad frecuencial y utilizarlos para obtener información sobre el problema. Para poder realizar una simulación es posible utilizar algún material u objeto manipulable como urnas, dados, monedas, ruletas, tabla de números aleatorios, etcétera.

>>> Lo que aprendimos

1. En un hospital, dos bebés están a punto de nacer. Se quiere saber cuál es la probabilidad de los siguientes eventos:

A: *Los dos recién nacidos son niñas.*

B: *Los dos recién nacidos son niños.*

C: *Un recién nacido es niña y el otro niño.*



a)



b)

a) ¿Qué resultado de la moneda asociarías al nacimiento de un varón? _____ ¿Y al de una niña? _____

b) ¿De acuerdo con lo anterior qué interpretación darías al hecho de que al lanzar las dos monedas una cayera águila y la otra sol? _____

c) ¿Qué resultados de la urna de canicas representarían al nacimiento de un varón? _____ ¿Y al de una niña? _____

d) ¿Cuántas canicas es conveniente tomar en cada extracción? _____

e) Entre una extracción y otra, ¿será necesario regresar las canicas a la urna? _____ ¿Por qué? _____

APLICANDO LA SIMULACIÓN

SESIÓN 2

>>> Para empezar



El control de calidad de productos es un ejemplo de las áreas en que la simulación resulta de gran ayuda.

>>> Consideremos lo siguiente

 Con 36 kg de vidrio líquido se fabrican 36 botellas. En el vidrio líquido hay 36 impurezas repartidas de manera aleatoria.

- ¿Creen que cada botella tendrá una impureza? _____
- ¿Creen que haya botellas sin ninguna impureza y botellas con más de una impureza? _____
- ¿Creen que haya más botellas con una impureza o más con dos impurezas? _____

 Comenten sus respuestas con sus compañeros.

>>> Manos a la obra

 I. Se puede simular la situación anterior con dos dados distinguibles, por ejemplo, uno azul y uno rojo.

Los 36 resultados posibles que hay al lanzar los dos dados representan las 36 botellas. En la siguiente cuadrícula se muestran esos 36 resultados posibles, cada uno de los cuales representa una botella del problema planteado. Por ejemplo, la celda (3, 4) representa a la botella 16.

		Dado B					
		1	2	3	4	5	6
Dado A	1	Resultado posible 1, 1 Botella 1	Resultado posible 1, 2 Botella 2	Resultado posible 1, 3 Botella 3	Resultado posible 1, 4 Botella 4	Resultado posible 1, 5 Botella 5	Resultado posible 1, 6 Botella 6
	2	Resultado posible 2, 1 Botella 7					
	3				Resultado posible 3, 4 Botella 16 		
	4			Resultado posible 4, 3 Botella 21 			
	5						Resultado posible 5, 6 Botella 30
	6	Resultado posible 6, 5 Botella 31					

De este modo:

- Si al lanzar los dos dados el resultado es, por ejemplo, (3, 4), se anota un punto en esa celda, lo que representa que la botella 21 contiene una impureza.

- Puede ocurrir que un mismo resultado (tiro) se obtenga (o salga) más de una vez, como se muestra en la cuadrícula en la que la celda (3, 4) tiene dos puntos, lo que representa que la botella 16 contiene 2 impurezas.

Es decir, en dos ocasiones, en los dados azul y rojo han caído 3 y 4 respectivamente.

- Lancen los dados 36 veces para determinar de qué manera están distribuidas las impurezas en las botellas.



Registren sus resultados en la siguiente cuadrícula.

		Dado B					
		1	2	3	4	5	6
Dado A	1	Resultado posible 1, 1 Botella 1	Resultado posible 1, 2 Botella 2	Resultado posible 1, 3 Botella 3	Resultado posible 1, 4 Botella 4	Resultado posible 1, 5 Botella 5	Resultado posible 1, 6 Botella 6
	2	Resultado posible 2, 1 Botella 7					
	3				Resultado posible 3, 4 Botella 16		
	4			Resultado posible 4, 3 Botella 21			
	5						Resultado posible 5, 6 Botella 30
	6	Resultado posible 6, 5 Botella 31					

- ¿Cuántas celdas no tienen punto? _____
- Las celdas que no tienen ningún punto marcado indican que esa botella:
 - Tiene una impureza.
 - Tiene dos impurezas.
 - No tiene impureza.
 - Tiene más de tres impurezas.
- ¿Cuántas celdas tienen solamente un punto? _____
- ¿Es posible que en una botella se encuentren más de 5 impurezas? _____
¿Por qué? _____
- Según los resultados que obtuvieron, los cuales simulan una revisión de 36 botellas, ¿crees que, si realizas otra vez la simulación, serían los mismos? _____
¿Por qué? _____

II. Completen la siguiente tabla y después contesten las preguntas:

Al realizar la simulación	Lo que representa en el problema planteado
Total de celdas sin punto	Total de botellas sin impurezas
Total de celdas con un punto	Total de botellas con una impureza
Total de celdas con dos puntos	Total de botellas con dos impurezas
Total de celdas con tres puntos	Total de botellas con tres impurezas
Total de celdas con más de tres puntos	Total de botellas con más de tres impurezas

- ¿Cuál es la probabilidad frecuencial de que una botella no tenga impurezas?

- ¿Cuál es la probabilidad frecuencial de que una botella tenga solamente una impureza?

- ¿Cuál es la probabilidad frecuencial de que una botella tenga más de tres impurezas?

- ¿Cuál es la probabilidad frecuencial de que una botella tenga entre una y dos impurezas?

- ¿Cuál es la probabilidad frecuencial de que una botella tenga al menos dos impurezas?

Los valores de las probabilidades frecuenciales que obtuvieron en su equipo al simular la situación pueden interpretarse como los resultados de la revisión de una muestra de 36 botellas. De tal modo que si en el grupo se formaron 10 equipos y cada uno realizó la simulación, entonces podría decirse que hay 10 muestras diferentes del problema planteado.



III. Completen la siguiente tabla con los valores de la probabilidad frecuencial que en cada equipo se obtuvo y calculen el promedio de esas probabilidades. Después de hacerlo, contesten las siguientes preguntas.

Probabilidad frecuencial de:	Valores de la probabilidad frecuencial por equipo										Promedio
	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	Equipo 5	Equipo 6	Equipo 7	Equipo 8	Equipo 9	Equipo 10	
Botellas sin impurezas											
Botellas con una impureza											
Botellas con dos impurezas											
Botellas con tres impurezas											
Botellas con más de tres impurezas											

- a) La tabla anterior muestra la probabilidad frecuencial promedio de cinco eventos que pueden ocurrir al revisar varios lotes de botellas. ¿Cuál de esos cinco eventos es más probable que ocurra? _____ ¿Por qué? _____
- b) Supongan que no hay dados para realizar la simulación anterior, ¿cuál de los siguientes experimentos realizarían para simular la situación original? Márquenlo con una ✓.
- Una bolsa con doce papelitos numerados del 1 al 6, de tal manera que habrá dos papelitos de cada número; se extrae un par de papelitos, se anotan los números y se regresan.
 - Dos bolsas cada una con seis papelitos numerados del 1 al 6; se extrae un papelito de cada bolsa, se anota el número y se regresan.
 - Doce papelitos en una bolsa numerados del 1 al 12; se extrae un papelito, se anota el número y se regresa.
 - Dos bolsas cada una con seis papelitos numerados del 1 al 6; se extrae un papelito de cada bolsa, se anota el número y no se regresan.
- c) Según los resultados que obtuvieron, al reunir los de cada equipo, ¿creen que si realizan otra vez la simulación serían los mismos? _____ ¿Por qué? _____

SIMULACIÓN Y TIROS LIBRES

SESIÓN 3

>>> Consideremos lo siguiente



Un jugador de basquetbol va a lanzar tres tiros libres. La estadística indican que la probabilidad de que enceste un tiro es 0.5. Los resultados entre un tiro y otro son independientes.

¿Cuál es la probabilidad de que el jugador enceste en 20 intentos tres tiros libres seguidos?

Se puede responder esta pregunta haciendo una simulación:

De una caja que contiene diez papelitos iguales, numerados del 0 al 9, se extrae un papelito, se registra el número obtenido y se regresa a la caja. Se repite este proceso 20 veces. El resultado de cada extracción representa un acierto o un fallo del tiro libre.

Observen la siguiente tabla con los resultados de 20 extracciones, que representan los resultados de 20 tiros libres.

Número del papelito que extrae	Resultados																			
	1	9	2	2	3	9	5	0	3	4	0	5	7	5	6	2	8	7	1	3
Resultado del tiro libre A = acierto F = fallo	A	F	A	A	A	F	F	A	A	A	A	F	F	F	F	A	F	F	A	A
Serie de tres tiros libres acertados																				

- a) ¿Qué números se utilizaron para indicar que el tiro libre fue enceestado? _____

b) ¿Y para señalar que el tiro se falló? _____

c) La primera serie de tres tiros seguidos es: _____

A	F	A	A	A	F	F	A	A	A	A	F	F	F	F	A	F	F	A	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Primera serie de tiros libres seguidos

La segunda serie de tres tiros seguidos es: _____

A	F	A	A	A	F	F	A	A	A	A	F	F	F	F	A	F	F	A	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Segunda serie de tiros libres seguidos

La tercera serie de tres tiros seguidos es: _____

A	F	A	A	A	F	F	A	A	A	A	F	F	F	F	A	F	F	A	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tercera serie de tiros libres seguidos

¿Cuántas series de tres tiros seguidos se obtendrían en total? _____

d) ¿Cuántas series de tres tiros seguidos serían si hubieran sido cinco tiros? _____

¿Y en seis tiros? _____

e) ¿Y en 10 tiros? _____

f) ¿Y en 20 tiros? _____

g) De acuerdo con la simulación de 20 tiros que se realizó, ¿cuántas series de tres tiros libres ha acertado el jugador? _____ Cuéntalos en la primera tabla.

h) ¿Cuál es la probabilidad frecuencial de que en 20 tiros el jugador enceste tres tiros libres seguidos? _____



Comparen sus respuestas con las de otras parejas de compañeros

>>> Manos a la obra



1. Realicen la simulación anterior. En su cuaderno, deberán elaborar una tabla como la anterior y anotar los resultados de 200 tiros libres. Luego, contesten las siguientes preguntas:

a) De acuerdo con la simulación que realizaron, ¿cuántas series de tres tiros libres hay en 200 tiros? _____

III. Imaginen que, en lugar de utilizar los 10 papelitos para simular el lanzamiento del tiro libre, utilizan los resultados que obtuvieron con la urna de canicas y el dado en la actividad anterior.

- a) ¿Cómo utilizarían los números obtenidos en la urna para señalar el resultado de los tres tiros libres? _____
- b) En el caso de la lista obtenida con el dado, ¿cuándo se representaría un acierto y cuándo un fallo? _____
- c) Elijan una de las dos listas. De acuerdo con la simulación que realizaron, ¿cuántas series de tres tiros libres ha conseguido el jugador? _____
- d) ¿Cuántas series de tres tiros libres ha acertado el jugador? _____
- e) ¿Cuál es la probabilidad que tiene el jugador de anotar tres tiros libres seguidos en 20 intentos? _____

>>> A lo que llegamos

Cuando un conjunto de números se genera al azar, se llama **conjunto de números aleatorios**. Esos conjuntos pueden estar formados por los dígitos (por ejemplo, cuando usamos los 10 papelitos); por los números del 1 al 4 (con las canicas de colores) y con los números del 1 al 6 (con el dado).

>>> Lo que aprendimos



1. Si la probabilidad de enceste o anotación del jugador de basquetbol es de 0.7:
 - a) ¿Qué números en los papelitos utilizarías para indicar que el tiro libre es enceestado? _____
 - b) ¿Qué números utilizarías para señalar que se falló el tiro? _____
 - c) De acuerdo con la simulación que se realizó, ¿cuáles serían los nuevos resultados de las anotaciones? Completa la tabla.

	Resultados																			
Número del papelito que extrae	1	9	2	2	3	9	5	0	3	4	0	5	7	5	6	2	8	7	1	3
Resultado del tiro libre A = acierto F = fallo																				
Serie de tres tiros libres acertados																				

- d) ¿Cuántas series de tres tiros libres ha acertado el jugador? _____ Cuéntalos en la tabla anterior.
- e) ¿Cuál es la probabilidad frecuencial de que el jugador enceste tres tiros libres seguidos? _____
- f) Si consideramos que el jugador tiene una probabilidad de anotar de 0.7 en cada tiro y que son lanzamientos independientes, ¿cuál es la probabilidad clásica de que anote los tres tiros? _____
- g) Compara esta probabilidad clásica con la probabilidad frecuencial de que el jugador anote los tres tiros. ¿Por cuánto se aproxima la probabilidad calculada en el inciso e) a la probabilidad clásica? _____
2. Imagina que respondes a un examen de diez preguntas con falso o verdadero, pero sólo conoces las respuestas de cinco preguntas.
- a) ¿Cómo simularías esta situación? Escríbela en tu cuaderno.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen si respondes al azar las otras cinco preguntas? _____

>>> Para saber más



Sobre cómo se realiza una simulación en el experimento de Buffon al encontrar una manera para aproximar el valor de π (π), consulta:

<http://www.mste.uiuc.edu/reese/buffon/buffon.html>

[Fecha de consulta: 1 de abril de 2008].



Bibliografía

- González, Roberto. "El aumento del precio de la tortilla sigue afectando la inflación: Banco de México". *La Jornada*, 23 de febrero de 2007 [recuperado el 2 de abril de 2008 de <http://www.jornada.unam.mx/2007/02/23/index.php?section=economia&article=022n2eco>].
- "En 9 meses el actual gobierno encareció 34.17% los básicos". *La Jornada*, 20 de septiembre de 2007 [recuperado el 2 de abril de 2008 de <http://www.jornada.unam.mx/2007/09/20/index.php?section=economia&article=033n1eco>].
- Grandjean, Ann y Sheila Campbell. *Hidratación: líquidos para la vida*. México: ILSI de México, A.C., 2006 [recuperado el 16 de abril de 2008 de <http://www.nutrinform.com/pagina/e-books/hidrat.pdf>].
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática*, 23 agosto 2003 [recuperado el 3 de abril de 2008 de <http://www.inegi.gob.mx>].
- SEP. *Fichero. Actividades didácticas. Matemáticas. Educación Secundaria*. México, 2000.
- *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación Secundaria*. México, 2000.
- 24 septiembre 2007 [recuperado el 3 de abril de 2008 de <http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/index.htm>].
- SEP/ILCE. *Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo. Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (Emat). Educación Secundaria*. México, 2000.
- *Geometría dinámica. Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (Emat). Educación Secundaria*. México, 2000.
- *Biología. Enseñanza de las Ciencias a través de Modelos Matemáticos (Ecam)*. Educación Secundaria. México, 2000.

MATEMÁTICAS III

se imprimió por encargo de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos,
en los talleres de _____,
el mes de _____ de 2008.
El tiraje fue de _____ ejemplares.



Recortables

BLOQUES ALGEBRAICOS

x	x	$x - 1$
x	x	$x - 1$
x	x	$x - 1$
x	x	1 1 1
x	x	1 1 1
x^2	x^2	1 1 1
		1 1 1
		1 1 1
		1 1 1
x^2	x^2	1 1 1
		1 1 1
		1 1 1
		1 1 1







Ingestión de agua a partir de alimentos y bebidas consumidos frecuentemente

BEBIDAS NO ALCOHÓLICAS

Agua, té preparado, café preparado, refrescos de dieta, té enlatado/ embotellado, bebidas deportivas, limonada, jugo vegetal.	90% a 100%
Leche (descremada, 1%, 2%; entera; chocolate), refrescos (regular), jugo de frutas, bebidas de frutas.	85% a 90%

SOPA

Consomé, cebolla francesa, carne y vegetales, de verduras, jitomate, crema de hongos (elaborada con agua).	90% a 95%
Pasta con pollo, concentrado de verduras, sopas concentradas, jitomate, crema de hongos (elaborada con leche).	80% a 90%

FRUTAS Y VERDURAS

Fresa, melón, toronja, uva, durazno, pera, naranja, manzana, pepino, lechuga, apio, jitomate, calabaza, brócoli, cebolla, zanahoria	80% a 85%
Plátano, papa, maíz	70% a 75%

LÁCTEOS

Queso cottage y yogur	75% a 80%
Pudín, malteada, licuado con huevo	70% a 75%
Helado	50% a 60%
Queso	40% a 50%

CEREALES

Cereales preparados	85% a 90%
Arroz y pasta	65% a 80%
Pan, bagels, bisquets	30% a 45%
Cereales para desayunar, listos para comer	2% a 5%

CARNE, PESCADO, HUEVOS

Pescados y mariscos	70% a 80%
Huevos (revueltos, fritos), omelette, sustituto de huevo	65% a 80%
Res, pollo, cordero, cerdo, pavo, ternera	45% a 65%
Cecina, tocino	15% a 30%

PLATILLOS COMBINADOS

Estofado, pasta con carne, cacerolas (con y sin carne), tacos, enchiladas, macarrón con queso	60% a 80%
Pizza	50% a 60%

BEBIDAS QUE SUSTITUYEN COMIDAS

Todas las bebidas para pérdida de peso, aumentar músculos y reemplazar comidas	70% a 85%
--	-----------

SEMILLAS Y NUECES

1% a 5%

SALSAS

Salsas	50% a 85%
Aderezos (salsa, base crema agria, frijol)	70% a 90%

